

# Risoluzione di equazioni non lineari

## Il comando fzero

- ▶  $x = \text{fzero}(\text{fun}, x_0)$  *“tries to find a zero of fun near  $x_0$ ”*.
- ▶  $x_0$  può essere un scalare o un vettore di due componenti.
- ▶ Se  $x_0$  è un vettore di due componenti fzero assume che  $x_0$  è un intervallo e che il segno di  $\text{fun}(x_0(1))$  è diverso del segno di  $\text{fun}(x_0(2))$ . Se non è così da errore.
- ▶ L'algoritmo che usa è una combinazione del metodo di bisezione, il metodo delle secanti e tecniche di interpolazione.
- ▶  $\text{fun}$  è una funzione scritta in Matlab. Più precisamente è un *“function handle”*.

## Esempio

In un M-file scrivo la funzione  $f(x) = x^2 - 2$

```
function y=eempio(x)
y=x.^2-2;
```

Per trovare una soluzione vicina ad 1 dell'equazione  $f(\alpha) = 0$

```
>> fzero(@eempio,1)
```

```
ans =
```

```
1.4142
```

## Il metodo di Newton

La seguente funzione implementa il metodo di Newton

```
function [x,nit,xv,flag]=newton(fun,dfun,x)
nmax=100;
toll=1.e-12;
flag=1;
xv=[x];
for nit=1:nmax
    inc=feval(fun,x)/feval(dfun,x);
    x=x-inc;
    xv=[xv x];
    if abs(inc)<toll, flag=0; return, end
end
```

## “Function handle”

Per risolvere l'equazione  $\alpha - e^{-\alpha} = 0$  dobbiamo scrivere la funzione  $f(x) = x - e^{-x}$

```
function y=es(x)
y=x-exp(-x);
```

e la sua derivata  $f'(x) = 1 + e^{-x}$

```
function y=des(x)
y=1+exp(-x);
```

e usare il programma `newton` in questo modo

```
>> [x,n]=newton(@es,@des,1)
```

# Esercizio

Usando la funzione newton risolvere

$$\alpha - e^{-\alpha} = 0 \quad \text{e} \quad (\alpha - e^{-\alpha})^2 = 0.$$

Che cosa si osserva sulla velocità di convergenza?

# Stima dell'ordine di convergenza di un metodo iterativo

La successione  $\{x^{(k)}\}_{k \geq 0}$  converge ad  $\alpha$  con ordine  $p$  se

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{|x^{(k+1)} - \alpha|}{|x^{(k)} - \alpha|^p} = K$$

e  $K > 0$ . Quindi per  $k$  sufficientemente grande risulta essere

$$|x^{(k+1)} - \alpha| \approx K|x^{(k)} - \alpha|^p$$

ma anche

$$|x^{(k+2)} - \alpha| \approx K|x^{(k+1)} - \alpha|^p.$$

Abbiamo per tanto

$$\frac{|x^{(k+2)} - \alpha|}{|x^{(k+1)} - \alpha|} \approx \left( \frac{|x^{(k+1)} - \alpha|}{|x^{(k)} - \alpha|} \right)^p$$

Chiamando  $R_k = \frac{|x^{(k+1)} - \alpha|}{|x^{(k)} - \alpha|}$  risulta

$$\log R_{k+1} \approx p \log R_k \quad \text{quindi} \quad p \approx \frac{\log R_{k+1}}{\log R_k}.$$

## Esercizio

- ▶ Scrivere una funzione di matlab per stimare l'ordine di convergenza di una successione convergente.

```
function p=ordine(v)
err=abs(v-v(end));
R=err(2:end)./err(1:end-1);
p=log(R(2:end-1))./log(R(1:end-2));
```

- ▶ Confrontare l'ordine di convergenza del metodo di Newton nel risolvere

$$\alpha - e^{-\alpha} = 0 \quad \text{e} \quad (\alpha - e^{-\alpha})^2 = 0.$$