

COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico [140060] Ing. Civile - Terzo appello a.a. 2010–2011
20 giugno 2011

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -2 \\ -2 & 4 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

- i) calcolare la fattorizzazione LU di A ;
- ii) calcolare la fattorizzazione di Cholesky di A ;

Esercizio 2

Per i dati contenuti nella tabella $\begin{array}{c|cccc} x_i & -1.0 & 0 & 1.5 & 3 \\ y_i & 2.2 & 1.0 & -0.2 & -1.2 \end{array}$ calcolare

- i) il polinomio interpolatore di Lagrange;
- ii) la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;
- iii) il valore della funzione di interpolazione composita lineare a tratti nel punto $x = 1$.

Esercizio 3

Per il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y+t}{1+t} & t \geq 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- i) scrivere il metodo di Taylor di ordine 2;
- ii) approssimare $y(0.5)$ usando il metodo di Crank-Nicolson con passo $h = 0.25$.

Esercizio 4

Scrivere un programma di Matlab per approssimare la soluzione dei problemi di Cauchy della forma

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{g(t)} & t \in [0, T] \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

dove $g : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione che non ha zeri nell'intervallo $[0, T]$, usando il metodo di Crank-Nicolson.

COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico [40127] (5 crediti) - 20 giugno 2011

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & -3 \\ 0 & -3 & 3 \end{bmatrix}$$

- i) studiare la convergenza del metodo di Jacobi;
- ii) studiare la convergenza del metodo di Gauss-Seidel;

iii) Per il sistema lineare $A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 7 \\ -5 \\ -1 \end{bmatrix}$ fare due passi del metodo di Gauss-Seidel partendo dal vettore

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

Data l'equazione

$$2 - x = \sqrt{x^3 + 1}$$

- i) dimostrare che ha una unica soluzione α ;
- iii) approssimare α con errore stimato minore di 0.02.

Esercizio 3

Per il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y-t}{1+t} & t \geq 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- i) scrivere il metodo di Taylor di ordine 2;
- ii) approssimare $y(0.5)$ usando il metodo di Crank-Nicolson con passo $h = 0.25$.

Esercizio 4

Scrivere un programma di Matlab per approssimare la soluzione dei problemi di Cauchy della forma

$$\begin{cases} y'(t) = (y(t) + t)g(t) & t \in [0, T] \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

dove $g : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione che non ha zeri nell'intervallo $[0, T]$, usando il metodo di Crank-Nicolson.