COGNOME		NOME		N. Matricola	

Calcolo Numerico [140060] Ing. Civile - Primo appello a.a. 2011–2012

11 gennaio 2012

Esercizio 1

i) Risolvere il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & -3 & 2 \\ -2 & 6 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

usando il metodo di eliminazione di Gauss con pivotazione parziale per righe.

ii) Calcolare la fattorizzazione LU della matrice del sistema lineare della parte i).

Esercizio 2

i) Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi e di Gauss-Sidel.

ii) Si consideri il seguente metodo iterativo per l'approssimazione della soluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$

$$\begin{aligned} &\mathbf{x}^{(0)} \text{ assegnato} \\ &\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \tfrac{2}{3} D^{-1}(\mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)}) \end{aligned}$$

dove D è la matrice diagonale con la stessa diagonale della matrice A.

Per la matrice A data nella parte i) scrivere la matrice d'iterazione di questo metodo.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$1 - \frac{1}{1+x^2} = 3 - 2x \tag{1}$$

i) usando il metodo di Newton approssimare la soluzione con errore stimato minore di 10^{-2};

ii) dimostrare che l'iterazione di punto fisso

$$\begin{aligned} &x^{(0)} \text{ assegnato} \\ &x^{(k+1)} = \tfrac{1}{2}\left(2 + \tfrac{1}{1+[x^{(k)}]^2}\right) \quad \text{per } k \geq 0 \end{aligned}$$

converge alla soluzione di (1) (se si parte sufficientemente vicini).

Esercizio 4

Per i dati nella tabella

x	-2	-1	0	1	3
y	5.2	4.1	2.9	1.2	-0.9

calcolare:

i) la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;

ii) il polinomio interpolatore di Lagrange.

Esercizio 5

i) Stimare il numero di sottointervalli necessari per approssimare

$$I = \int_0^1 x \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\, dx$$

con errore minore di 10^{-2} usando il metodo dei trapezi.

ii) Approssimare I usando il metodo dei trapezi con 6 sottointervalli e dare una stima a posteriori dell'errore.

Esercizio 6

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo di Taylor di ordine 2 per approssimare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{t^2+1}{y+1} & t \in [0,1] \\ y(0) = 1\,. \end{cases}$$

COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

Calcolo Numerico [40127] (5 crediti) - 11 gennaio 2012

Esercizio 1

i) Risolvere il sitema lineare

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 7 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ 12 \\ 8 \end{bmatrix}$$

usando il metodo di eliminazione di Gauss con pivotazione parziale per righe.

ii) Calcolare la fattorizzazione di Cholesky della matrice del sistema lineare della parte i).

Esercizio 2

Data l'equazione

$$\log x = 2 - x^2 \tag{2}$$

i) dimostrare che ha soluzione unica;

ii) dimostrare che la soluzione appartiene all'intervallo $[1, 2]$;

iii) usando il metodo di bisezione approssimare la soluzione con errore stimato minore di $1/8$;

iv) usando il metodo di Newton approssimare la soluzione con errore stimato minore di 10^{-2}.

Esercizio 3

Dato l'integrale

$$I = \int_0^1 x \,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right)\, dx$$

i) stimare il numero di sottointervalli necessari affinche l'errore dell'integrale approssimato con il metodo dei trapezi sia minore di 10^{-2};

ii) approssimare I usando il metodo dei trapezi con 6 sottointervalli e dare una stima a posteriori dell'errore.

Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo di Crank-Nicolson per approssimare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{y+1}{t^2+1} \quad t \in [0,1] \\ y(0) = 1\,. \end{cases}$$