

COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico [140060] Ing. Civile - Quinto appello a.a. 2012–2013
3 settembre 2013

Esercizio 1

i) Studiare per quali valori del parametro K la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & K \end{bmatrix}$$

è simmetrica definita positiva.

ii) Calcolare la fattorizzazione di Cholesky di A (in funzione di K).

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -3 \\ 3 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

- i) Studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi e di Gauss-Seidel.
- ii) Scrivere la matrice d'iterazione del metodo di Jacobi.
- iii) Per il sistema lineare $A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 1 \end{bmatrix}$ scrivere il metodo di Gauss-Seidel e fare due iterazioni partendo da $\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Esercizio 3

- i) Data la funzione $f(x) = \frac{1}{x-1}$ calcolare il polinomio che interpola f nei punti $x_0 = 3/2$, $x_1 = 2$, $x_2 = 5/2$, $x_3 = 3$.
- ii) Per i dati contenuti nella tabella

x	-1	-0.6	0	0.5	1
y	1.2	0.7	0.1	-0.6	-1

calcolare la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati.

Esercizio 4

Approssimare $\int_1^2 (x^3 + x) \log(x) dx$ con errore minore di 10^{-3} . Indicare il metodo usato e il numero di sottointervalli necessari per avere la precisione richiesta.

Esercizio 5

Approssimare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = \sqrt{t y(t)} & t \in [1, 2] \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

usando il metodo di Taylor di ordine 2 con passo $h = 1/2$.

Esercizio 6

Scrivere una funzione di Matlab per approssimare la soluzione dell'equazione non lineare

$$1 - x \exp(-x) - 2x^2 = 0$$

usando il seguente metodo di punto fisso

$$\begin{cases} x^{(0)} \text{ assegnato} \\ x^{(k+1)} = \frac{1}{\exp(-x^{(k)}) + 2x^{(k)}} \quad k \geq 0 \end{cases}$$