



Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali  
anno accademico 2008/09

Registro dell'attività didattica

**Matematica discreta 1 [145016]**

Attività didattica:

Attività didattica [codice]	Corso di studio	Facoltà
Matematica discreta 1 [145016]	Informatica	Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Periodo di svolgimento: *Primo Semestre*

Docenti	Cognome e Nome
Titolare del corso	BAGAGIOLO FABIO ( matr. 57015)
Altri docenti	GUERRINI ELEONORA

Ore didattica frontale assegnate e rendicontate per docente:

Docenti	Ore didattica assegnate	Ore didattica rendicontate	Stato registro docente	Conclusa didattica frontale
BAGAGIOLO FABIO	33	33	Bozza	no
GUERRINI ELEONORA	16	12	Bozza	no
<b>Totale</b>	<b>49</b>	<b>45</b>		
<b>Ore didattica previste per gli studenti</b>	<b>49</b>			

Ore didattica rendicontate per tipologia di attività e per gruppi di studenti:

Attività	Ore totali	Ore suddivise per gruppi studenti	
		Ore	Gruppi di studenti
lezione in aula	45	45	prevista per tutti gli studenti (senza gruppi associati)



---

**Riepilogo registro docente:**

---

**Docente interno - Ricercatore confermato**

---

Docente	Ore didattica assegnate	Ore didattica rendicontate	Stato registro docente
BAGAGIOLO FABIO	33	33	Bozza

Attività	Ore totali	Ore suddivise per gruppi studenti	
		Ore	Gruppi di studenti
lezione in aula	33	33	prevista per tutti gli studenti (senza gruppi associati)

---

**Riepilogo registro docente:**

---

**Docente Esterno - Contrattisti**

---

Docente	Ore didattica assegnate	Ore didattica rendicontate	Stato registro docente
GUERRINI ELEONORA	16	12	Bozza

Attività	Ore totali	Ore suddivise per gruppi studenti	
		Ore	Gruppi di studenti
lezione in aula	12	12	prevista per tutti gli studenti (senza gruppi associati)



---

**Dettaglio delle attività svolte:**  
**Matematica discreta 1 [145016]**

---

1.  
**16/09/2008 - lezione in aula -**  
**Docente:** BAGAGIOLO FABIO  
**Ora inizio:** 15:30  
**Ora fine:** 17:30  
**Ore accademiche:** 2  
**Titolo attività:**

**Descrizione attività:**

Introduzione al corso. Esempi di sistemi algebrici lineari e loro soluzioni. Il concetto di insieme e di elemento di un insieme.

---

2.  
**18/09/2008 - lezione in aula -**  
**Docente:** BAGAGIOLO FABIO  
**Ora inizio:** 10:30  
**Ora fine:** 12:30  
**Ore accademiche:** 2  
**Titolo attività:**

**Descrizione attività:**

Notazioni per gli insiemi. L'insieme vuoto. Definizione di sottoinsieme. Formulazioni equivalenti. Esempio di dimostrazione per assurdo. Uguaglianza tra insiemi. Doppia inclusione. Unione, intersezione, differenza e prodotto cartesiano tra insiemi e loro proprietà.

---

3.  
**25/09/2008 - lezione in aula -**  
**Docente:** BAGAGIOLO FABIO  
**Ora inizio:** 10:30  
**Ora fine:** 12:30  
**Ore accademiche:** 2  
**Titolo attività:**

**Descrizione attività:**

(Esercizi su unione, intersezione, differenza e prodotto cartesiano di insiemi. Gli insiemi numerici  $N$ ,  $Z$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $C$  e loro proprietà). Funzioni tra insiemi: definizioni, iniettività, suriettività, biiettività, invertibilità, composizione, esempi vari. Enunciato del Principio di Induzione e del Principio del Buon Ordinamento.

---



4.

**30/09/2008 - lezione in aula -**

**Docente:** BAGAGIOLO FABIO

**Ora inizio:** 15:30

**Ora fine:** 17:30

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

.

**Descrizione attività:**

Dimostrazione del Principio di Induzione Matematica usando il Principio del Buon Ordinamento. Esempio di uso del Principio di Induzione: la somma dei primi *n* numeri. Formulazione generale di un sistema algebrico lineare  $m \times n$ . Matrice dei coefficienti, vettore dei termini noti, vettore delle incognite. Definizione di matrice  $m \times n$  e definizioni correlate: indice di riga, di colonna, riga *i*-esima, colonna *j*-esima, matrice quadrata, triangolare superiore, triangolare inferiore, diagonale. Esempio di risoluzione all'indietro di un sistema triangolare superiore avente una ed una sola soluzione.

---

5.

**02/10/2008 - lezione in aula -**

**Docente:** GUERRINI ELEONORA

**Ora inizio:** 10:30

**Ora fine:** 12:30

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

.

**Descrizione attività:**

funzioni suriettive ed iniettive, definizione di antiimmagine di un elemento, sistemi quadrati triangolari con discussione dell'esistenza di soluzioni

---

6.

**07/10/2008 - lezione in aula -**

**Docente:** BAGAGIOLO FABIO

**Ora inizio:** 15:30

**Ora fine:** 17:30

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

.

**Descrizione attività:**

Ogni sistema triangolare superiore o ha zero soluzioni, o una sola o infinite, in particolare ha una ed una sola soluzione se e soltanto se la diagonale principale della matrice dei coefficienti non ha termini nulli. Operazioni elementari su un sistema lineare. Operazioni elementari mandano sistemi in sistemi equivalenti. Ogni sistema quadrato puo' essere trasformato, tramite operazioni elementari, in un sistema triangolare superiore ad esso equivalente. Esempi.

---



7.

**09/10/2008 - lezione in aula -**

**Docente:** BAGAGIOLO FABIO

**Ora inizio:** 10:30

**Ora fine:** 12:30

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

**Descrizione attività:**

Esercizio: sistema lineare con parametro. Lo spazio  $R^n$ : definizioni, notazioni, somma, prodotto per uno scalare, interpretazione geometrica nel piano e nello spazio 3D, proprietà delle operazioni. Definizione di spazio vettoriale su  $R$ .  $R^n$  è uno spazio vettoriale su  $R$ . Altri esempi di spazi vettoriali.

---

8.

**14/10/2008 - lezione in aula -**

**Docente:** GUERRINI ELEONORA

**Ora inizio:** 15:30

**Ora fine:** 17:30

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

**Descrizione attività:**

risoluzioni di sistemi lineari dipendenti da parametro, definizione di sottospazio vettoriale ed esempi

---

9.

**16/10/2008 - lezione in aula -**

**Docente:** BAGAGIOLO FABIO

**Ora inizio:** 10:30

**Ora fine:** 12:30

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

**Descrizione attività:**

I sottospazi vettoriali del piano cartesiano e dello spazio 3D. Se  $m < n$  allora  $R^m$  si identifica in modo canonico con un sottospazio di  $R^n$ . L'insieme delle soluzioni di un sistema lineare omogeneo  $m \times n$ , se non vuoto, è un sottospazio di  $R^n$ . Definizione di combinazione lineare di vettori. Esempi in  $R^2$  e  $R^3$ . Definizione di sottospazio generato da  $k$  vettori. Esempi in  $R^2$  e  $R^3$ . Un sistema lineare  $Ax=b$  ha almeno una soluzione se e soltanto se il vettore dei termini noti sta nello Span delle colonne della matrice  $A$ .

---



10.

21/10/2008 - lezione in aula -

Docente: BAGAGIOLO FABIO

Ora inizio: 15:30

Ora fine: 16:30

Ore accademiche: 2

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Definizione di dipendenza e indipendenza lineare. Esempi vari. Relazioni con parallelismo e complanarità in  $R^2$  e  $R^3$ . Definizione di base per uno spazio vettoriale. Esempi. La base canonica di  $R^n$ . Data una base, ogni vettore si scrive in uno ed un solo modo come combinazione lineare dei vettori della base. Definizione di coordinate rispetto ad una base (ordinata). Esempi. Enunciato: se uno spazio vettoriale ammette una base, allora tutte le base hanno lo stesso numero di elementi (senza dimostrazione). Definizione di dimensione per uno spazio vettoriale.  $R^n$  ha dimensione  $n$ .

---

11.

23/10/2008 - lezione in aula -

Docente: GUERRINI ELEONORA

Ora inizio: 10:30

Ora fine: 12:30

Ore accademiche: 2

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

spazi vettoriali: base e dimensione. Esercizi sulla lineare dipendenza

---

12.

28/10/2008 - lezione in aula -

Docente: BAGAGIOLO FABIO

Ora inizio: 15:30

Ora fine: 17:30

Ore accademiche: 2

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Uno spazio vettoriale ammette una base se e soltanto se ammette un sistema finito di generatori (senza dimostrazione). Una base è un insieme massimale per l'indipendenza lineare. Il teorema del completamento di una base. Esercizio. Tutte le basi hanno lo stesso numero di elementi.

---



13.

**30/10/2008 - lezione in aula -**

**Docente:** BAGAGIOLO FABIO

**Ora inizio:** 10:30

**Ora fine:** 12:30

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

.

**Descrizione attività:**

Somma e intersezione di sottospazi. Il Teorema di Grassmann: enunciato, dimostrazione, esempi e commenti. Prodotto righe per colonna di una matrice per un vettore di  $R^n$ : definizione ed esempi. Trasformazione tra  $R^n$  e  $R^m$  associata ad una matrice  $m \times n$ . Proprietà di tale funzione: mantiene la somma ed il prodotto per uno scalare. Definizione di trasformazione lineare tra spazi vettoriali.

---

14.

**04/11/2008 - lezione in aula -**

**Docente:** GUERRINI ELEONORA

**Ora inizio:** 15:30

**Ora fine:** 16:30

**Ore accademiche:** 1

**Titolo attività:**

.

**Descrizione attività:**

esercizi sul completamento di base e sul teorema di Grassmann

---

15.

**06/11/2008 - lezione in aula -**

**Docente:** BAGAGIOLO FABIO

**Ora inizio:** 10:30

**Ora fine:** 12:30

**Ore accademiche:** 2

**Titolo attività:**

.

**Descrizione attività:**

Esempi di trasformazioni lineari. Le soluzioni di un sistema lineare non omogeneo sono date dalle soluzioni dell'omogeneo più una soluzione particolare del non omogeneo. Esempio. Una trasformazione lineare è univocamente determinata dalle immagini di una base. Tutte le trasformazioni lineari da  $R^n$  a  $R^m$  sono del tipo "moltiplicazione righe per colonna" per un'opportuna matrice  $m \times n$ . La matrice associata ad una trasformazione lineare da  $R^n$  a  $R^m$  si ottiene mettendo in colonna le coordinate delle immagini degli elementi della base canonica. Esempio

---



16.

11/11/2008 - lezione in aula -

Docente: BAGAGIOLO FABIO

Ora inizio: 15:30

Ora fine: 16:30

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Definizione di nucleo (e di immagine) per una trasformazione lineare. Essi sono sottospazi del dominio e del codominio rispettivamente. Una trasformazione lineare è iniettiva se e soltanto se il suo nucleo consta del solo elemento nullo. L'immagine è generata dalle immagini degli elementi di una base. Nel caso di trasformazione lineare associata ad una matrice, l'immagine è generata dalle colonne della matrice. Definizione di rango per una trasformazione lineare come dimensione dell'immagine. Definizione di rango di una matrice come rango della trasformazione lineare associata. Il rango di una matrice è minore o uguale sia al numero delle colonne che delle righe. Il teorema di "nullità più rango" (senza dimostrazione).

---

17.

13/11/2008 - lezione in aula -

Docente: GUERRINI ELEONORA

Ora inizio: 10:30

Ora fine: 12:30

Ore accademiche: 2

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Verifica teorema della dimensione (nullità + rango). Osservazione che una base non va in una base, ma in un insieme di generatori per l'immagine. Esempi di applicazioni non lineari. Se  $\dim(V) = \dim(W)$  allora  $T: V \rightarrow W$  iniettiva se e solo se suriettiva. Se  $\dim(V) > \dim(W)$ , allora  $T$  non può essere iniettiva (viceversa con suriettiva). Come determinare se esiste un applic. lin. suriettiva  $t: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  con dato nucleo. Definizione di matrice e scala ed esempio.

---

18.

18/11/2008 - lezione in aula -

Docente: BAGAGIOLO FABIO

Ora inizio: 15:30

Ora fine: 16:30

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Il teorema di Rouché-Capelli (senza dimostrazione). Il rango di una matrice a scala coincide con il numero di righe non nulle (numero di pivots). Se  $Sx=b$  è un sistema  $m \times n$  a scala con  $\text{rango}(S)=r$ , allora c'è soluzione se e soltanto se le ultime  $m-r$  componenti di  $b$  sono nulle e le soluzioni dipendono da  $n-r$  parametri. Esercizio.

---





19.

20/11/2008 - lezione in aula -

Docente: BAGAGIOLO FABIO

Ora inizio: 10:30

Ora fine: 12:30

Ore accademiche: 2

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Una base dell'immagine della trasformazione lineare associata ad una matrice e' data dalle colonne con gli indici delle colonne contenenti i pivots della matrice ridotta a scala. Il metodo di Gauss per sistemi rettangolari: esercizio. Metodi di risoluzione per: 1) determinare rango di una matrice e una base dell'immagine della trasformazione lineare associata; 2) determinare nucleo e una sua base per una trasformazione lineare associata ad una matrice; 3) determinare dimensione e base dello spazio generato da  $k$  vettori in  $R^n$ . Esempi.

---

20.

25/11/2008 - lezione in aula -

Docente: BAGAGIOLO FABIO

Ora inizio: 15:30

Ora fine: 16:30

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Metodo di risoluzione ed esempi per: 4) completare a base di  $R^n$  un sistema di  $k$  vettori linearmente indipendenti, 5) determinare una base della somma di due sottospazi, 6) determinare una base dell'intersezione di due sottospazi.

---

21.

27/11/2008 - lezione in aula -

Docente: BAGAGIOLO FABIO

Ora inizio: 10:30

Ora fine: 11:30

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Lo spazio vettoriale  $L(V,W)$ . La composizione di lineari e' lineare. L'inversa di una lineare invertibile e' lineare (senza dimostrazione). Definizione di isomorfismo e di spazi isomorfi. Ogni spazio di dimensione  $n$  e' isomorfo a  $R^n$ .

---



22.

27/11/2008 - lezione in aula -

Docente: GUERRINI ELEONORA

Ora inizio: 11:30

Ora fine: 12:30

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Esercizi su: risolvere sistema lineare con parametro  $k$  e discussione parametro, calcolo di base e dim di  $U+W$ ,

---

23.

02/12/2008 - lezione in aula -

Docente: BAGAGIOLO FABIO

Ora inizio: 15:30

Ora fine: 16:30

Ore accademiche: 1

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

La trasposizione è un isomorfismo. Lo spazio delle funzioni lineari da  $R^n$  a  $R^m$  è isomorfo allo spazio delle matrici  $m \times n$ . Gli isomorfismi mandano basi in basi e quindi due spazi isomorfi hanno la stessa dimensione. La matrice identica e simboli di Kronecker. Prodotto righe per colonne tra matrici e matrice associata alla composizione di trasformazioni lineari da  $R^n$  a  $R^m$  e da  $R^m$  a  $R^p$ .

---

24.

04/12/2008 - lezione in aula -

Docente: GUERRINI ELEONORA

Ora inizio: 10:30

Ora fine: 12:30

Ore accademiche: 2

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Calcolo di dimensione e base di  $U$  intersecato  $W$ , dato un vettore  $v$  dire se appartiene a  $U$  intersecato  $W$  e scrivere le sue coordinate rispetto alla base. Completamento ad una base di  $R^n$  di un sottoinsieme di vettori, dati 3 vettori in  $R^n$  dipendenti da parametro, dire se sono lin indip. Sia  $f: R^4 \rightarrow R^3$  trovare \*) se è lineare, \*) base di  $\text{Im } f$  \*) base di  $\ker f$  \*) dire se  $f$  suriettiva e/o iniettiva. Sia  $f: R^4 \rightarrow R^3$  dipendente da  $k$  parametro \*) trovare  $k$  in  $R$  tali che  $f_k$  è iniettiva, poi suriettiva e biiettiva

---



25.

09/12/2008 - lezione in aula -

Docente: BAGAGIOLO FABIO

Ora inizio: 15:30

Ora fine: 17:30

Ore accademiche: 2

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Proprietà del prodotto righe per colonne. Il prodotto righe per colonne non è commutativo. Definizione di matrice invertibile e di matrice inversa. La matrice inversa, se esiste è unica (senza dimostrazione). Proprietà equivalenti all'invertibilità (senza dimostrazione). Calcolo dell'inversa ed esempio. Matrice associata ad una trasformazione lineare tra spazi vettoriali qualunque con basi fissate. Tale matrice ha per colonne le coordinate, rispetto alla base fissata nel codominio, degli elementi della base fissata nel dominio.

---

26.

11/12/2008 - lezione in aula -

Docente: BAGAGIOLO FABIO

Ora inizio: 10:30

Ora fine: 12:30

Ore accademiche: 2

Titolo attività:

**Descrizione attività:**

Esercizio su matrice associata ad una trasformazione lineare tra spazi di polinomi. Matrice di cambiamento di base e matrice associata ad una trasformazione lineare rispetto a nuove basi e loro proprietà. Esempio. Il determinante 2x2 e sue proprietà.

---

Firma del docente:

-----

Firma del Preside:

-----

Data:

-----