Calcolabilità 06 – 07

Esercizi – Settimana 12

1. Sia χ una funzione totale. Provare che $\mathcal{R}^{\chi}$ è numerabile.
2. Siano $\chi_1, \ldots, \chi_n$ funzioni totali. Dare una definizione induttiva di $\mathcal{R}^{\chi_1,\ldots,\chi_n}$. Dire se $\mathcal{R}^{\chi_1,\ldots,\chi_n} = (\ldots((\mathcal{R}^{\chi_1})^{\chi_2})\ldots)^{\chi_n}$.
3. Dare un esempio di due funzioni totali χ_1 e χ_2 per cui le seguenti valgono simultaneamente: 1. $\chi_1 \neq \chi_2$; 2. $\mathcal{R}$ è un sottoinsieme proprio di $\mathcal{R}^{\chi_1}$; 3. $\mathcal{R}^{\chi_1} = \mathcal{R}^{\chi_2}$.
4. Provare formalmente che, se χ è totale ricorsiva, allora $\mathcal{R}^{\chi} = \mathcal{R}$.
5. Sia $A \subseteq \mathbf{N}$. Provare che:
   (a) per ogni insieme r.e $B \subseteq \mathbf{N}$ esiste un indice n tale che $B = W_n^A$;
   (b) se A è ricorsivo, allora W_n^A è r.e. per ogni n;
   (c) se A è ricorsivo, allora K^A è r.e. ma non ricorsivo.
6. Siano χ, ψ funzioni totali unarie. Sapendo che φ_n^{χ} è totale si può concludere che φ_n^{ψ} è totale?
7. Provare che ogni T–grado è unione di m–gradi.