ESERCIZI di Riscaldamento

1) Dimostrare che la norma L_1 e la norma euclidea sono equivalenti

2) Dimostrare che le sfere chiuse sono insiemi chiusi

3) Dimostrare che F chiuso $\Longleftrightarrow F \supset F'$

4) Dimostrare che $\overline{A \cap B} \subset \overline{A} \cap \overline{B}$, mentre vale $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cup \overline{B}$.
Fare un esempio che l'= non vale per unioni arbitrarie

5) Trovare la frontiera dell'insieme $A \subset \mathcal{R}^n$,
$A = B_2(0,0) \backslash ([-1,1] \times \{0\}) \bigcup ([-1,1] \times \{3\})$

6) Siano $A = [0,1] \times (0,1)$, $B = B_1(0,0) \backslash \{(0,0)\}$. Determinare $intA$, $intB$, ∂A , ∂B , $\overline{A}$, $\overline{B}$

7) Per chi ha pazienza.

Sia $f \in \mathcal{R}^3$. Se considero le coordinate cilindriche $\begin{cases} x = r\cos\theta \\ y = r\sin\theta \\ z = z \end{cases}$, ho che $\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial^2 r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial^2 \theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial r} + \frac{\partial^2 f}{\partial^2 z}$

8) Per chi ha molta pazienza.

Sia $f \in \mathcal{R}^3$. Se considero le coordinate sferiche $\begin{cases} x = r\sin\phi\cos\theta \\ y = r\sin\phi\sin\theta \\ z = \cos\phi \end{cases}$, ho che $\Delta f = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\phi}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(\sin\phi \frac{\partial f}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\phi}\frac{\partial^2 f}{\partial^2 \theta}$