

## ESERCIZI “È arrivata ! ” (la neve)

- 1) Calcolare  $\int \int_D |\sin(x - y)| \, dx dy$  , dove  $D = [0, \pi] \times [0, \pi]$
- 2) Calcolare  $\int \int_D e^{x-y} \, dx dy$  , dove  $D = [-1, 1] \times [0, 1]$
- 3) Calcolare  $\int \int_D (x^2 + y) \, dx dy$  ,  
dove  $D = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 : 1 \leq x \leq 10, 1 \leq y \leq x^{10}\}$
- 4) Calcolare  $\int \int_D \frac{1}{x} \, dx dy$  , dove  $D = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 : y \geq 0, x^2 + y^2 - 2x \leq 0\}$
- 5) Calcolare  $\int \int_D (1 + x^2 + y^2) \, dx dy$  , dove  $D$  è il triangolo di vertici  $(0, 0)$  ,  $(1, 1)$  ,  $(1, 2)$
- 6) Calcolare  $\int \int_D (1 - xy) \, dx dy$  ,  
dove  $D = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x\}$
- 7) Calcolare  $\int \int_D x^2 |y| \, dx dy$  , dove  $D = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$
- 8) Calcolare il baricentro degli insiemi  
 $D_1 = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 : 1 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq \frac{1}{x^2}\}$  ,  $a > 1$   
 $D_2 = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 : 0 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 1 + y^2\}$
- 9) Calcolare il volume del tetraedro limitato dai tre piani coordinati ed il piano  $Ax + By + Cz = 1$  ,  $A, B, C > 0$
- 10) Calcolare il volume della zona tra  $z = 1 - x^2 - y^2$  ed il piano  $x, y$

- 11) Calcolare  $\int \int_D \arctan(1 + x^2 + y^2) \, dx dy$ , dove  $D$  è il settore circolare definito da  $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ ,  $r \leq 1$
- 12) Calcolare  $\int \int_D \left( \sqrt{x^2 + y^2} - \frac{x^2 + y^2}{4} \right) \, dx dy$ ,  
dove  $D$  è la regione interna alla circonferenza  $x^2 + y^2 = 2x$
- 13) Calcolare  $\int \int_D a^{x^2+y^2} \, dx dy$ ,  $a \neq 1$ ,  $a > 0$ ,  
dove  $D = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 : r^2 \leq x^2 + y^2 \leq R^2, |y| \leq |x|\}$
- 14) Calcolare  $\int \int_D \frac{xy}{(x^2 + y^2)^\alpha} \, dx dy$ ,  
dove  $D = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 : r^2 \leq x^2 + y^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq 0\}$
- 15) Calcolare  $\int \int_D e^{-(a^2x^2+b^2y^2)} \, dx dy$ ,  
dove  $D = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 : a^2x^2 + b^2y^2 \leq 1\}$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$
- 16) Calcolare  $\int \int \int_D xyz \, dx dy dz$ ,  
dove  $D = \{(x, y, z) \in \mathcal{R}^3 : 0 \leq z \leq 3, x \geq 0, y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 4\}$
- 17) Calcolare  $\int \int_D e^{\frac{y-x}{y+z}} \, dx dy$ , dove  $D$  è il triangolo di vertici  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$
- 18) Calcolare il volume dell'insieme  $D = \{(x, y, z) \in \mathcal{R}^3 : (x^2 + y^2)^2 + 4z^2 \leq 1\}$

Fare il calcolo usando anche il cambio di variabili  $\begin{cases} x = r\sqrt{\sin \phi} \sin \theta \\ y = r\sqrt{\sin \phi} \cos \theta \\ z = \frac{r^2}{2} \cos \phi \end{cases}$