

ESERCIZI d' AUTUNNO

- 1) Calcolare ∇f nei seguenti casi:
 - a) $f(x, y, z) = (x^y, z)$
 - b) $f(x, y, z) = (x + y)^z$
 - c) $f(x, y, z) = x^{y^z}$
 - d) $f(x, y) = 3x^2y + \frac{x}{y}$
 - e) $f(x, y) = (x^2 + y^2, \sin x, \cos y)$
 - f) $f(x, y) = (x^{\ln y}, \arctan xy)$
 - g) $f(x, y, z, t) = (\ln \sqrt{x^2 + y^2}, t^x, \frac{xyt}{1+z^2})$
 - h) $f(x, y, z) = (x + e^x, x^2 + y \sin z)$

- 2) Calcolare ∇f per le seguenti funzioni, nei punti a fianco indicati:
 - a) $f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$, $(x, y) = (0, 0)$
 - b) $f(x, y, z) = (x + y + z, xy + yz + xz, xyz)$, $(x, y, z) = (1, 0, 1)$
 - c) $f(x, y, z) = (x + e^y, x + y \sin z)$, $(x, y, z) = (1, 1, \pi)$
 - d) $f(x, y) = (x \sin y, y^3, x^y)$, $(x, y) = (1, 1)$
 - e) $f(x, y, z, t) = (t^3, xy^2)$, $(x, y, z, t) = (2, 1, 1, 3)$

- 3) Sia $g(t) = (\cos t, \sin t)$. Calcolare $\frac{dz}{dt}$ nei casi
 - a) $z = \frac{2xy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$
 - b) $z = \frac{x-y}{x^2 + y^2}$

- 4) Sia $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ e sia $g(t) = (e^t, \cos t)$. Calcolare $\frac{d}{dt}(f \circ g)$.

- 5) Sia $f(x, y, z) = xy^z$ e sia $g(t) = (\arctan t, e^t, 2)$. Calcolare $\frac{d}{dt}(f \circ g)$.

- 6) Calcolare derivate prime, seconde e Laplaciano di $\|x\|$, $x \neq 0$
e di $\|x\|^2$, $x \neq 0$.