ESERCIZI

1) Calcolare $\int_\gamma y dx + x^2 dy$, dove γ è il segmento che va da $(0,1)$ a $(2,0)$

2) Calcolare $\int_\gamma y^2 dx + x dy$ e $\int_\gamma y dx + x^2 dy$, dove γ è il segmento che va da $(-1,0)$ a $(0,3)$

3) Dimostrare che la forma differenziale $\omega = \frac{x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} dx + \frac{y}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} dy$, definita in $\Omega = \mathcal{R}^2 - (0,0)$, è esatta

4) La forma differenziale $\omega = \sin \sqrt{x^2+y^2}(x dx + y dy)$ è chiusa? È esatta? In caso affermativo, trovare un potenziale

5) Calcolare $\int_\gamma -\frac{y}{(x^2+y^2)} dx + \frac{x}{(x^2+y^2)} dy$, dove $\gamma = (e^t \cos t, e^t \sin t)$, $t \in [\theta_0, \theta_1]$

6) Calcolare $\int_\gamma (3x^2 + 6xy) dx + (3x^2 - 3y^2) dy$, dove γ è la curva di equazione $y = 4 \sin \frac{\pi x}{2} + 3 \cos \pi x$, $x \in [1,2]$

7) Trovare, se possibile, $f, g : \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ di classe C^1 tali che
a) $\int_\gamma f(x) dx + g(y) dy = 1$ b) $\int_\gamma f(y) dx + g(x) dy = 1$,
dove $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$, $t \in [0, 2\pi]$

8) Trovare, se possibile, un potenziale $u(x,y)$ della forma differenziale $\ln(1+y^2) dx + \frac{2y(x-1)}{1+y^2} dy$, tale che $u(x,0) = \pi \ \ \forall\, x \in \mathcal{R}$

9) Calcolare $\int_\gamma (xy) dx + (\ln y + y^2 + \frac{x^2}{2}) dy$, dove
$\gamma(t) = ((1-\cos t)\sin t, 1 + \cos t)$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

10) Sia $g : \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ continua, sia $\omega = g(|x|) \sum_{i=1}^{n} x_i dx_i$.
Dimostrare che ω è esatta.
Hint: se $h(t)$ è una primitiva di $tg(t)$, allora $h(|t|)$ è un potenziale di ω