ESERCIZI " VOLANDRI "

1. Trovare max e min assoluti di $f(x,y) = xe^{-x^2-y^2+x}$ in $\overline{B_{\sqrt{2}}}(\frac{1}{2}, 0)$.

2. Trovare max e min assoluti di $f(x,y) = 1 - \sqrt{x^2+y^2}$ in $\overline{B_1}(0,0)$.

3. Trovare max e min assoluti di $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2} - \frac{x}{2} - y^2$ in $\overline{B_1}(0,0)$.

4. Trovare i punti critici della funzione $f(x,y) = x^2y(x-2y)$ e determinarne il carattere.

5. Trovare il massimo ed il minimo della funzione $f(x,y) = \frac{2xy^2}{x^2+y^4}$ nel rettangolo $A = [1,2] \times [-1,1]$.

6. Trovare il massimo ed il minimo della funzione $f(x,y) = 2y^2 - x(x-1)^2$ nel rettangolo $A = [0,2] \times [-1,1]$.

7. Studiare la funzione $f(x,y) = \frac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}$ nella corona

$$K_{r,R} = \left\{(x,y) \in \mathbf{R^2} : r^2 \le x^2+y^2 \le R^2\right\} \quad .$$

8. Studiare la funzione $f(x,y) = xy$ su $\partial B_1(0,0)$.

9. Trovare le quote massima e minima della curva intersezione della superficie $z = x^2 - xy + y^2$ con la superficie cilindrica $x^2+y^2 = 4$.

10. Trovare massimo e minimo assoluti della funzione $F(x,y) = x+y$ con il vincolo $f(x,y) = x^2+y^2-2x = 0$.

11. Trovare massimo e minimo assoluti della funzione $F(x,y) = xy$ con il vincolo $f(x,y) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$, $a, b > 0$.

12. Studiare i punti critici della funzione $f(x,y) = x^2 - x^2y^2 + y^2 + y^3$. Trovare massimo e minimo in $K = [-1,1] \times [-1,1]$.

13. Studiare i punti critici della funzione $f(x,y) = xye^{-x^2-y^4}$.

RISPOSTE

1) $\max f = 1$ *in* $(1,0)$; $\min f = -\frac{1}{2}e^{-\frac{3}{4}}$ *in* $(-\frac{1}{2},0)$

2) $\max f = 1$ *in* $(0,0)$; $\min f = 0$ *in* $x^2+y^2=1$

3) $\max f = \frac{3}{2}$ *in* $(-1,0)$; $\min f = -\frac{1}{16}$ *in* $(\frac{1}{4},\pm\frac{\sqrt{15}}{4})$; $(\frac{1}{4},\pm\frac{\sqrt{3}}{4})$*selle*

4) $(0,y)$, $y \neq 0$ punti di massimo relativo ; $(0,0)$ *sella*

5) $\max f = 1$ *in* $(1,\pm 1)$; $\min f = 0$ *in* $(x,0)$, $1 \leq x \leq 2$

6) $\max f = 2$ *in* $(0,1),(0,-1),(1,1),(1,-1)$; $\min f = -2$ *in* $(2,0)$

7) $\max f = \frac{1}{r^2}$ *in* $(r,0)$ *e* $(-r,0)$; $\min f = -\frac{1}{r^2}$ *in* $(0,r)$ *e* $(0,-r)$

8) $\max f = \frac{1}{2}$ *in* $(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$ *e* $(-\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})$; $\min f = -\frac{1}{2}$ *in* $(\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})$ *e* $(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$

9) $\max f = 6$ *in* $(-\sqrt{2},\sqrt{2})$ *e* $(\sqrt{2},-\sqrt{2})$; $\min f = 2$ *in* $(\sqrt{2},\sqrt{2})$ *e* $(-\sqrt{2},-\sqrt{2})$

10) $\max f = 1+\sqrt{2}$ *in* $(1+\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$; $\min f = 1-\sqrt{2}$ *in* $(1-\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})$

11) $\max f = \frac{ab}{2}$; $\min f = -\frac{ab}{2}$ negli stessi punti di 8)

12) $(0,0)$ min. rel. ;$(0,-\frac{2}{3})$, $(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}},1)$, $(-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}},1)$ selle ;
in K : $\max f = 2$ *in* $(x,1)$, $-1 \leq x \leq 1$;
$\min f = 0$ *in* $(0,0)$ *e* $(x,-1)$, $-1 \leq x \leq 1$

13) $(0,0)$ sella ;$(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$ *e* $(-\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})$ massimi rel. ;
$(-\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$ *e* $(\frac{1}{\sqrt{2}},-\frac{1}{\sqrt{2}})$ minimi rel.