

ESERCIZI della FINANZIARIA

1) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6}$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^7 - 3x + 1}{x^4 - 3x^2 + 2}$

2) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 3x}$  ,  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 5x - 6}$

3) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6} \cos x$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 3x + 1}{x^7 - 3x^2 + 2} \sin x$

4) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6} \cos x$  ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - 3x + 1}{x^7 - 3x^2 + 2} \sin x$

6) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 3x + 1}{x^7 - 3x^2 + 2} \sin x$

7) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}$  ,  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}}$

8) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 5x + 6} \cos^2 x$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 3x + 1}{x^7 - 3x^2 + 2} \sin^2 x$

9) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cos x \sin^2 x}{x^2(1-x)}$  ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{3x \sin x}$

10) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(1 + \cos x)}{\sin x(\cos^2 x - 1)}$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(1 + \cos x)}{x^{3/2} + 1}$

11) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x}(\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1})$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}}$

12) Calcolare  $\lim_{y \rightarrow 1} \frac{y - 4\sqrt{y} + 3}{y^2 - 1}$  ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{\sqrt{2x^2-1}}$

13) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x}{(x+2)^2 - (x-2)^2}$  ,  $\lim_{x \rightarrow 2} \left( \frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$

14) Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2+x^2} - \sqrt{2-x^2}}{x^2}$  ,  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+h} - 2}{h}$

15) i) Supponiamo  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$  ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -\infty$ . Trovare  $f(x), g(x)$  tali che

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + g(x) = +\infty \quad , \quad \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + g(x) = 0 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + g(x) = 1$$

ii) Supponiamo  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$  ,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = +\infty$ . Trovare  $f(x), g(x)$  tali che

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = +\infty \quad , \quad \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 0 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x) = 2$$

16) Sia  $A = \{a \mid a \text{ è un esercizio sui limiti, calcolabile con la sola teoria fatta sinora}\}$ .  
Sia  $B = \{a \in A \text{ , } a \text{ fatto a lezione o dato per esercizio}\}$ . Dimostrare che, contrariamente a quello che può sembrare,  $A - B \neq \emptyset$ . Concludere che  $\exists a \in A$  da poter mettere nel compito.

## RISPOSTE

1)  $1, +\infty$

2)  $0, \frac{3}{7}$

3)  $\cancel{A}, 0$

4)  $\frac{1}{3}, 0$

6)  $0, 0$

7)  $+\infty, \frac{1}{2}$

8)  $\cancel{A}, 0$

9)  $2, \frac{1}{3}$

10)  $-\infty, 0$

11)  $1, \frac{\sqrt{2}}{2}$

12)  $-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$

13)  $\frac{3}{8}, \frac{1}{4}$

14)  $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{4}$

15) i) rispettivamente

$$f(x) = \frac{1}{|x-x_0|}, \quad g(x) = -\frac{1}{|x-x_0|}$$

$$f(x) = \frac{2}{|x-x_0|}, \quad g(x) = -\frac{1}{|x-x_0|}$$

$$f(x) = \frac{1}{|x-x_0|} + 1, \quad g(x) = -\frac{1}{|x-x_0|}$$

ii)  $f(x) = k|x-x_0|^n, \quad g(x) = \frac{1}{|x-x_0|^m}$

rispettivamente con  $n < m, m > n, n = m, k = 2$