

ESERCIZI della METROPOLITANA

1) Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

$$f(x) = -\frac{7}{3}x^4 + \frac{12}{x} - \sqrt{x} \quad , \quad g(x) = x^{\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}x$$

2) Sia $f(x) = \begin{cases} x^2 & , x \in [-1, 1] \\ 2x + k & , x \in (1, 2] \end{cases}$. Esiste k di modo che f sia continua?

3) Sapendo che $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è un polinomio di terzo grado e che

$$f(0) = 0 \quad , \quad f(1) = 1 \quad , \quad f(2) = 2 \quad , \quad f(3) = 9 \quad , \quad \text{trovare tale } f$$

4) Calcolare la derivata prima e la derivata seconda di $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$,

$$2 < x < +\infty$$

5) Studiare il segno della derivata di $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 14x - 2$

6) Calcolare la derivata di $f(x) = 2x|x| + \frac{1}{x}$, $x \neq 0$

7) Calcolare e studiare il segno della derivata prima e seconda delle funzioni:

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + 3 \quad , \quad g(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{20}{3}x^{\frac{3}{2}} + 9x \quad (x > 0)$$

8) Calcolare le derivate delle funzioni $f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot e^{x^2+1}$, $g(x) = \frac{x^3-7x+8}{\ln(x^2)}$

9) Calcolare la derivata delle seguenti funzioni:

$$f(x) = 2x^2|x| + \frac{1}{\sqrt{x}}, \quad x \neq 0, \quad g(x) = \frac{\cos^2 x}{2\sin x + \cos^2 x}, \quad h(x) = \frac{x^{\frac{1}{3}} - 7x}{\sqrt{x+x^3-7}}$$

10) Supposta f derivabile, calcolare, con l'uso della definizione, la derivata di $f^2(x)$. Calcolare quindi $(\sin^2 x)'$, $(\cos^2 x)'$: perchè la somma fa 0?

11) Supposta f derivabile, calcolare, con l'uso della definizione, la derivata di $f^3(x)$

12)* Trovare una formula per $f^{(n)}(x)$, quando $f(x) = \frac{1}{a+bx}$,
 $g(x) = \sin x$, $h(x) = \cos x$

13)* Trovare una formula per la derivata n-esima di $h(x) = \sqrt{x}$ (denotata con $h^{(n)}(x)$)