

ESERCIZI del PAPA

- 1) Dimostrare che $x^{1000} + \alpha x + \beta = 0$ ammette al più due soluzioni reali $\forall \alpha, \beta \in \mathbf{R}$
- 13) Dire quante soluzioni ha l'equazione $e^{2x} + bx = 0$, al variare di $b \in \mathbf{R}$.
- 5) Studiare la funzione $f(x) = \sin x + \cos x$ in $[0, 2\pi]$
- 9) Studiare le seguenti funzioni: $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, $g(x) = \frac{x}{x^3-1}$,
 $h(x) = \sqrt{x^2 - 3x}$, $\phi(x) = \sqrt[3]{x^2 + x}$, $\psi(x) = \sqrt{x} - 2\sqrt{x+2}$.
- 12) Studiare in \mathbf{R} la funzione $f(x) = x \left(2 + \frac{1}{\log x} \right)$ e studiare la funzione $g(x) = \frac{\cos x}{\sin x - 1}$ in $[\pi, 2\pi]$.
- 14) Studiare continuità, monotonia e derivabilità delle seguenti funzioni:

$$\sqrt{x^2 + 9} - \frac{1}{2}|x| , \quad \begin{cases} e^{x^2-2} & -2 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{e}(x-1) + \frac{1}{e} & 1 < x \leq 2 \end{cases} , \quad \frac{x}{|x| + |x-1|}$$

$$\begin{cases} 3x - x^2 & 0 \leq x \leq 2 \\ -\frac{1}{x^2} & -3 \leq x < -1 \\ x & -1 \leq x < 0 , \quad 2 < x \leq 3 \end{cases} , \quad \frac{1}{\ln|x^2 - 1|}$$

$$\sqrt{x^2 - |x-1|} , \quad \frac{10x}{1+9x^2} \quad x \in [-1, 1] , \quad \frac{2}{\sin x} - \cotan x \quad x \in (0, \pi/2],$$

Tracciare un grafico di tali funzioni.

- 15) Studiare, mediante l'uso della definizione, la derivabilità in $\frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{2}$ della funzione continua $f(x) = \begin{cases} -x + \frac{\pi}{2} + 1 & x \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ \frac{\sin x}{1 - \cos x} & x \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}] \\ -\frac{1}{2}x - 1 + \frac{3\pi}{4} & x \in (\frac{3\pi}{2}, 2\pi] \end{cases}$.

Tracciarne un grafico quanto più preciso possibile.