ESERCIZI " PINOCHET "

1) Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = 3x^2y^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

2) Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) - y(x) = e^{2x} \\ y(0) = 1 \end{cases}$

3) Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = \frac{y}{\cos^2 x} \\ y(0) = 1 \end{cases}$, $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

4) Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) - y(x)\sin x = 1 + \frac{\cos x}{\sin^2 x} \\ y(\frac{\pi}{2}) = 1 \end{cases}$

5) Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) - 2y(x) = -2e^{2x} \\ y(0) = -\pi \end{cases}$

6) Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) = 3xe^{x-2y(x)} \\ y(1) = 0 \end{cases}$, $x \in [1, +\infty)$

7) Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) + 4y(x) = 2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

8) Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} \frac{y'(x)}{\sqrt{y(x)}} = x \\ y(0) = 2 \end{cases}$

9) Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) + \sin x \; y(x) = \sin x \\ y(0) = 1 \end{cases}$

(forse si poteva risolvere a mente ....)

10) Equazione particolare: risolvere $y' = \frac{y}{2x} + \frac{x^2}{2y}$, $x > 0$

(hint: moltiplicare tutto per $y(x)$ e porre $u(x) = y'(x)$)

11) Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

i) $\begin{cases} y'' + 5y' - 14y = \sin x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$ ii) $\begin{cases} y'' + 4y + 5 = 3x^3 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$

12) Vedere se esiste una funzione $y(x) : [0, +\infty) \to \mathbf{R}$ che risolva il problema

$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = -2e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ \lim_{x \to +\infty} y(x) = 0 \end{cases}$$

13) Risolvere le seguenti equazioni differenziali:

$y'' - 6y' + 9y = e^{3x}$, $y'' + 3y' - 4y = x^2 + 1$

$y'' + y' + y = \cos x$, $y'' - 16y = e^{-4x}$

14) Risolvere i problemi:

i) $\begin{cases} y'' + y = 0 \\ y(0) = A \\ y(\pi) = B \end{cases}$ ii) $\begin{cases} y'' - y = 0 \\ y(0) = A \\ \lim_{x \to +\infty} y(x) = B \end{cases}$ (due condizioni di posizione)

15) Risolvere il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y' - 3y = \sin x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

16) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y''(x) = 1 + y'^2(x)$$

(hint: porre $u(x) = y'(x)$)

17) Risolvere, mediante l'uso della variazione della costante, le equazioni differenziali

$$y''(x) + y'(x) = \sin x \qquad , \qquad y''(x) - y(x) = e^x$$

18) Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} (x^2+1)y''(x) + y'(x) = \arctan x \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

(hint: porre $u(x) = y'(x)$ ed usare il metodo della variazione della costante)

19) Dire per quali valori del parametro $\lambda \in \mathbf{R}$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^5 y''(x) = 4\lambda + x^3 \\ y(1) = 0 \\ y'(1) = \lambda^2 - 1 \end{cases} \qquad (\text{ definita per } x > 0)$$

ha un estremo relativo in $x = 1$.