ESERCIZI

....la curva dei sorrisi nei sorrisi non c'e' piu'....

1) Il baricentro $\overline{x} = (\overline{x}_1, \overline{x}_2, \cdots, \overline{x}_n) \in R^n$ di una curva γ in R^n è dato da

$$\overline{x}_i = \tfrac{1}{l(\gamma)} \int_\gamma x_i \; ds$$

Calcolare il baricentro dell'elica $\gamma(t) = (r\cos\omega t, r\sin\omega t, kt),\;\; t \in [0, \frac{2\pi}{\omega}]$.

2) Il momento d'inerzia di una curva γ in R^n rispetto al punto $x_0 \in R^n$ è dato da

$$\int_\gamma |x - x_0|^2 \; ds$$

Calcolare il momento d'inerzia della curva $\gamma(t) = (1-t, t, 2t),\;\; t \in [0,1]$ rispetto al punto $(0,0,0)$.

3) Il lavoro L di una forza $F : R^n \to R^n$ lungo una curva γ in R^n è dato da

$$L = \int_\gamma F \circ \frac{\gamma'(t)}{|\gamma'(t)|} \; ds = \int_\gamma F \circ \gamma'(t) \; dt$$

Calcolare il lavoro svolto dalla forza $F(x,y,z) = (x, xy, 1)$ lungo la curva $\gamma(t) = (t, t^2, t^3),\;\; t \in [0,1]$.

4) Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

5) Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(x) = (x, x^{\frac{3}{2}})$, $x \in [0,5]$

e della curva $\gamma(x) = (x, x^2)$, $x \in [0,1]$

6) Calcolare la lunghezza delle curve $\gamma_1(t) = (t^2, \frac{2}{3}(2t+1)^{\frac{3}{2}})$, $t \in [0,4]$, $\gamma_2(t) = (t, \ln(\cos t))$, $t \in [0, \frac{\pi}{4}]$, $\gamma_3(t) = (a\cos^3 t, a\sin^3 t)$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

7) Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$, $t \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

8) Calcolare il lavoro svolto dalla forza $F(x,y,z) = (x,y,z)$ lungo la curva

$\gamma(t) = (\cos t, \sin t, 3t)$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

9) Calcolare il momento d'inerzia dell'elica $\gamma(t) = (r\cos\omega t, r\sin\omega t, kt)$,

$t \in [0, \frac{2\pi}{\omega}]$ rispetto al punto $(0,0,\pi)$

10) Sia $\gamma(t) = (a\cos t, a\sin t, bt)$, $t \in [0, 2\pi]$, $a > 0, b \in \mathcal{R}$.

Determinare l'angolo tra il vettore tangente a γ e l'asse z

RISPOSTE

1) $\overline{x} = (0, 0, \frac{k\pi}{\omega})$ 2) $2\sqrt{6}$ 3) $\frac{19}{10}$

4) $\sqrt{2}(e^{\pi/2} - 1)$ 5) i) $\sqrt{5} - \frac{1}{2}\ln(2 - \sqrt{5})$, ii) $\frac{335}{27}$

6) i) 24 , ii) $\ln|1 - \tan^2\frac{\pi}{8}|$, iii) $\frac{3}{2}a$ 7) $-\frac{4}{\sqrt{2}} + 4(1 + \frac{1}{\sqrt{3}})^{-1/2}$

8) $\frac{9}{8}\pi^2$ 9) $\sqrt{k^2 + r^2\omega^2} \cdot \frac{2\pi}{\omega^3} \cdot (r^2\omega^2 + \pi^2\omega^2 + \frac{4}{3}k^2\pi^2 - 2k\omega\pi)$

10) $\arccos\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ (è costante)