ESERCIZI "IL SINOLO"

1) Calcolare $\int_\gamma y dx + x^2 dy$, dove γ è il segmento che va da $(0,1)$ a $(2,0)$

2) Calcolare $\int_\gamma y^2 dx + x dy$ e $\int_\gamma y dx + x^2 dy$, dove γ è il segmento che va da $(-1,0)$ a $(0,3)$

3) Dimostrare che la forma differenziale $\omega = \frac{x}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} dx + \frac{y}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} dy$, definita in $\Omega = \mathcal{R}^2 - (0,0)$, è esatta

4) La forma differenziale $\omega = \sin\sqrt{x^2+y^2}(x dx + y dy)$ è chiusa? È esatta? In caso affermativo, trovare un potenziale

5) Calcolare $\int_\gamma -\frac{y}{(x^2+y^2)} dx + \frac{x}{(x^2+y^2)} dy$, dove $\gamma = (e^t \cos t, e^t \sin t)$, $t \in [\theta_0, \theta_1]$

6) Calcolare $\int_\gamma (3x^2 + 6xy) dx + (3x^2 - 3y^2) dy$, dove γ è la curva di equazione $y = 4\sin\frac{\pi x}{2} + 3\cos \pi x$, $x \in [1,2]$

7) Trovare, se possibile, $f, g : \mathcal{R} \to \mathcal{R}$ di classe C^1 tali che
a) $\int_\gamma f(x) dx + g(y) dy = 1$ b) $\int_\gamma f(y) dx + g(x) dy = 1$,
dove $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$, $t \in [0, 2\pi]$

8) Trovare, se possibile, un potenziale $u(x,y)$ della forma differenziale $\ln(1+y^2) dx + \frac{2y(x-1)}{1+y^2} dy$, tale che $u(x,0) = \pi \quad \forall\, x \in \mathcal{R}$

9) Calcolare $\int_\gamma (xy) dx + (\ln y + y^2 + \frac{x^2}{2}) dy$, dove $\gamma(t) = ((1-\cos t)\sin t, 1+\cos t)$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

RISPOSTE

1) $-\frac{1}{3}$ 2) i) $\frac{3}{2}$, ii) $\frac{5}{2}$ 3) $u(x,y) = -\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$

4) sì , sì , $u(x,y) = \sin\sqrt{x^2+y^2} - \sqrt{x^2+y^2}\cos\sqrt{x^2+y^2}$ 5) $\theta_1 - \theta_2$

6) 14 7) a) imposs. , b) $f(x) = 0$, $g(x) = \frac{x}{\pi}$

8) $u(x,y) = (x-1)\ln(1+y^2) + \pi$ 9) $-2\ln 2 - \frac{5}{6}$