ESERCIZI sulle CURVE

1) Calcolare la lunghezza della curva cartesiana $y(x) = x^4 + \frac{1}{32x^2}$, $x \in [1,2]$

2) Calcolare il lavoro svolto dalla forza $F(x,y,z) = (x, xy, 1)$ lungo la curva $\gamma(t) = (t, t^2, t^3)$, $t \in [0,1]$.

3) Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

4) Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(x) = (x, x^{\frac{3}{2}})$, $x \in [0,5]$

e della curva $\gamma(x) = (x, x^2)$, $x \in [0,1]$

5) Calcolare la lunghezza delle curve $\gamma_1(t) = (t^2, \frac{2}{3}(2t+1)^{\frac{3}{2}})$, $t \in [0,4]$, $\gamma_2(t) = (t, \ln(\cos t))$, $t \in [0, \frac{\pi}{4}]$, $\gamma_3(t) = (a\cos^3 t, a\sin^3 t)$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

6) Calcolare la lunghezza della curva $\gamma(t) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$, $t \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

7) Calcolare il lavoro svolto dalla forza $F(x,y,z) = (x,y,z)$ lungo la curva

$\gamma(t) = (\cos t, \sin t, 3t)$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

8) Calcolare il momento d'inerzia dell'elica $\gamma(t) = (r\cos\omega t, r\sin\omega t, kt)$,

$t \in [0, \frac{2\pi}{\omega}]$ rispetto al punto $(0,0,\pi)$

9) Sia $\gamma(t) = (a\cos t, a\sin t, bt)$, $t \in [0, 2\pi]$, $a > 0, b \in \mathcal{R}$.

Determinare l'angolo tra il vettore tangente a γ e l'asse z

10) Calcolare

$$\int_\gamma \frac{e^{x/y}}{y}\ dx - \frac{xe^{x/y}}{y^2}\ dy$$

dove γ è il segmento che va dal punto $(-\ln 2, 1)$ al punto $(\ln 2, 1)$

RISPOSTE

1) $\frac{1923}{128}$ 2) $\frac{19}{10}$

3) $\sqrt{2}(e^{\pi/2} - 1)$ 4) i) $\frac{335}{27}$, ii) $\sqrt{5} - \frac{1}{2}\ln(2 + \sqrt{5})$

5) i) 24 , ii) $\ln|1 - \tan^2\frac{\pi}{8}|$, iii) $\frac{3}{2}a$ 6) $-\frac{4}{\sqrt{2}} + 4(1 + \frac{1}{\sqrt{3}})^{-1/2}$

7) $\frac{9}{8}\pi^2$ 8) $\sqrt{k^2 + r^2\omega^2} \cdot \frac{2\pi}{\omega^3} \cdot (r^2\omega^2 + \pi^2\omega^2 + \frac{4}{3}k^2\pi^2 - 2k\omega\pi)$

9) $\arccos\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$ (è costante) 10) $\frac{3}{2}$