

ESERCIZI sulle FORME

- 1) Calcolare $\int_{\gamma} y dx + x^2 dy$, dove γ è il segmento che va da $(0, 1)$ a $(2, 0)$
- 2) Calcolare $\int_{\gamma} y^2 dx + x dy$ e $\int_{\gamma} y dx + x^2 dy$, dove γ è il segmento che va da $(-1, 0)$ a $(0, 3)$
- 3) La forma differenziale $\omega = \sin \sqrt{x^2 + y^2}(x dx + y dy)$ è chiusa? È esatta? In caso affermativo, trovare un potenziale
- 4) Calcolare $\int_{\gamma} -\frac{y}{(x^2 + y^2)} dx + \frac{x}{(x^2 + y^2)} dy$, dove $\gamma = (e^t \cos t, e^t \sin t)$,
 $t \in [\theta_0, \theta_1]$
- 5) Calcolare $\int_{\gamma} (3x^2 + 6xy) dx + (3x^2 - 3y^2) dy$, dove γ è la curva di equazione
 $y = 4 \sin \frac{\pi x}{2} + 3 \cos \pi x$, $x \in [1, 2]$
- 6) Trovare, se possibile, $f, g : \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ di classe C^1 tali che
 - a) $\int_{\gamma} f(x) dx + g(y) dy = 1$
 - b) $\int_{\gamma} f(y) dx + g(x) dy = 1$dove $\gamma(t) = (\cos t, \sin t)$, $t \in [0, 2\pi]$
- 7) Trovare, se possibile, un potenziale $u(x, y)$ della forma differenziale
 $\ln(1 + y^2) dx + \frac{2y(x-1)}{1+y^2} dy$, tale che $u(x, 0) = \pi \quad \forall x \in \mathcal{R}$
- 8) Calcolare $\int_{\gamma} (xy) dx + (\ln y + y^2 + \frac{x^2}{2}) dy$, dove
 $\gamma(t) = ((1 - \cos t) \sin t, 1 + \cos t)$, $t \in [0, \frac{\pi}{2}]$

39) In $\Omega = B_4(0,0)$ si consideri la forma

$$\omega(x, y) = 2xe^y dx + (x^2 e^y - 1) dy .$$

Si verifichi che ω é chiusa, esatta e si trovi un potenziale.

Si calcoli $I = \int_{\gamma} \omega$, dove γ é la curva cartesiana $y = \ln x$, $x \in [1, e]$

(calcolo diretto e con l'uso del potenziale). Verificare con un conto diretto che $I = \int_{\bar{\gamma}} \omega$, dove $\bar{\gamma}$ è la somma dei segmenti che vanno rispettivamente da $(1,0)$ a $(e,0)$ e da $(e,0)$ a $(e,1)$.

RISPOSTE

1) $-\frac{1}{3}$

2) i) $\frac{3}{2}$, ii) $\frac{5}{2}$

3) sì , sì , $u(x, y) = \sin \sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{x^2 + y^2} \cos \sqrt{x^2 + y^2}$

4) $\theta_1 - \theta_2$

5) 14

6) a) imposs. , b) $f(x) = 0$, $g(x) = \frac{x}{\pi}$

7) $u(x, y) = (x - 1) \ln(1 + y^2) + \pi$

8) $-2 \ln 2 - \frac{5}{6}$

9) $I = e^3 - 2$