

Foglio di esercizi 1

Grafici di funzioni.

Esercizio 1

- Scrivere l'equazione della famiglia di rette con pendenza 2.
- Trovare l'equazione della famiglia di funzioni lineari tali che $f(2) = 1$
- quale funzione appartiene ad entrambe le famiglie?

Soluzione:

- $y = 2x + b$
- $y = mx + 1 - 2m$
- $y = 2x - 3$

Esercizio 2

Trovare l'espressione algebrica che descrive la funzione il cui grafico consiste nel segmento di estremi $(-2, 2)$ e $(-1, 0)$, insieme alla metà superiore della circonferenza di centro $(0, 0)$ e raggio 1.

Soluzione.

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 2 & -2 \leq x \leq -1 \\ \sqrt{1 - x^2} & -1 < x \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 3

- Trovare l'espressione analitica della funzione che rappresenta la metà superiore della circonferenza di equazione $(x - 1)^2 + y^2 = 1$.
- Trovare l'espressione analitica della funzione che rappresenta la parte inferiore della parabola di equazione $x + (y - 1)^2 = 0$.
- Trovare l'espressione analitica del segmento che unisce i punti $(2, -4)$, $(4, -5)$.

Risp: (a) $y = \sqrt{1 - (x - 1)^2}$, (b) $y = 1 - \sqrt{-x}$, (c) $y = -\frac{1}{2}x - 3$, $2 \leq x \leq 4$

Esercizio 4

Risolvere le seguenti disuguaglianze:

- $x(x - 1) > 0$
- $(x - 1)(x + 2) > 0$
- $x^2 + 4x - 21 > 0$
- $2x^2 + x < 3$
- $4x^2 + 10x - 6 < 0$
- $x^2 + 2x + 4 > 0$
- $|x - 1| - |x - 3| \geq 5$
- $|x^2 - 9x + 7| < 7$

Soluzione: $0 < x < 2$, $7 < x < 9$

- $\frac{7x - 5}{8x - 4} > 4$
- $\sqrt[3]{4x - 1} > 3$
- $\sqrt[3]{x^3 - 9} < x - 3$
- $\sqrt{x^2 + 3} < x + 1$

Esercizio 5

Individuare nel piano i punti degli insiemi:

- (a) $\{(x, y) : x < 2\}$
- (b) $\{(x, y) : x = -1, y \leq x\}$
- (c) $\{(x, y) : x + 2y < 0\}$
- (d) $\{(x, y) : |x| + y \leq 1\}$
- (e) $\{(x, y) : x^3 < 1, y > x\}$

Esercizio 6

Trovare i valori di b per i quali la retta $y = 3x + b$ interseca la circonferenza $x^2 + y^2 = 4$.

Soluzione: $-2\sqrt{10} \leq b \leq 2\sqrt{10}$.

Esercizio 7

Dopo aver tracciato i grafici di $y = \sqrt{x}$, $y = x^2$, $y = x$, $y = x^3$, dedurre da essi i grafici seguenti:

1) $y = -\sqrt{x}$

2) $y = -\sqrt{-x + 4}$

3) $y = |\sqrt{x} - 1|$

4) $y = (x - 3)^2$

5) $y = -(x - 3)^2 - 3$

6) $y = |4 - (x - 3)^2|$

7) $y = x^2 - 6x + 4$

8) $y = 2 - |x - 3|$

9) $y = |x^3| - 2$

10) $y = -x^2 + 9$

11) $y = 2x - x^2 - 9$

12) $y = -|x| - 2x + 1$

13) $y = 2 - |x|$

14) $y = |2 - |x||$

15) $y = -(|x| + 1)$

16) $y = |(x - 1)^3| + 2$

19) $y = -||x^3| - 2|$