

Foglio di esercizi 4

Limiti di funzioni, asintoti.

Esercizio 1

Calcolare i seguenti limiti:

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 6}{x - 2}$

3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 + 3x - 4}$

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x - 2}$

5. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\frac{1}{4} + \frac{1}{x}}{4 + x}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + x^3 + 2x + 1}{x^3 + 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x^4 - x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x}{2x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3}}{x}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^4} - 1}{x^4}$

11. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-2|}{x+3}$

Esercizio 2

Se $f(x) = [x]$ rappresenta la funzione *parte intera di x* valutare

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} [x], \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} [x], \quad \lim_{x \rightarrow 2.1} [x]$$

Esercizio 3

Se $f(x) = [x] + [-x]$ valutare l'esistenza del seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 1} [x] + [-x]$$

Esercizio 4

Stabilire se i seguenti limiti esistono (si consiglia di calcolare separatamente i limiti destro e sinistro) e in caso affermativo trovarne i valori.

1. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{|x-3|}{x-3}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$

3. $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{|x + 4|}$

Esercizio 5

Calcolare i valori dei limiti delle seguenti funzioni per $x \rightarrow +\infty$ e per $x \rightarrow -\infty$ (quando è possibile):

1. $\sqrt{x^4 + 2x^3 + 1}$

2. $\sqrt{x^2 + 1} - x$ *Sol: 1 nei due casi*

3. $\frac{x^3 + x}{3x^3 + x + 2x^2}$

4. $\frac{x^4 + 2}{x^6 + 2x^2 - x}$

5. $\frac{x^5 + x + 5}{x^2 + 10x - 3}$

Esercizio 6

Trovare gli eventuali asintoti orizzontali, verticali e obliqui delle curve di equazione:

1. $f(x) = \frac{\sqrt{3x^2 + 2x} + 2}{2x - 3}$

2. $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 2x - 8}$

3. $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$

4. $f(x) = \sqrt{x^2 - 2} - x$

5. $f(x) = \sqrt{x^2 + 3} - 2x$ *Sol: Il limite per $x \rightarrow +\infty$ è $-\infty$, l'asintoto in questo caso è $y = -x$; Il limite per $x \rightarrow -\infty$ è $+\infty$, l'asintoto in questo caso è $y = -3x$*