

101

Estratto da «IL CENTRO»

Bollettino del Centro Didattico Nazionale di Studi e Documentazione - Firenze

Anno III, N. 4 - Aprile-Maggio 1955

LES MATHÉMATIQUES DANS L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE EN ITALIE (*)

Les programmes actuels de mathématiques sont évidemment le fruit de changements et de remaniements qui se sont succédé désormais depuis un siècle: horaires et directives ont eu des oscillations larges et fréquentes au début, petites et lentes depuis une trentaine d'années. Malgré ces quelques derniers changements les eaux ne sont pas tranquilles: commissions ministérielles, enquêtes chez le corps enseignant et les associations mathématiques, articles dans les journaux quotidiens révèlent des inquiétudes et du mécontentement dans l'École et dans la Société.

Les résultats de ces enquêtes sont assez médiocres pour le moment; et, à distance de cinquante ans, les paroles prononcées par Jules Tannery à propos de l'enseignement français sont tout à fait actuelles pour nous:

« De temps en temps des hommes graves et compétents, très soucieux des intérêts sur lesquels ils sont consultés, se réunissent pour reviser et discuter les programmes, toujours avec l'intention de les alléger; ils arrivent à déplacer un alinéa, quelquefois à en supprimer ou en ajouter un autre » (1).

On joint aux programmes de très brèves directives, des indications sur la méthode à suivre; mais les méthodes appliquées pourraient être le plus variées, libres comme nous le sommes dans l'école italienne dans la fonction de notre exercice, libres dans le choix des manuels scolaires, libres de nous faire une idée tout à fait personnelle de notre mission dès le début de l'enseignement parce que la plupart des Universités ne donne aucune orientation didactique aux jeunes gens qui vont devenir des maîtres.

Et pourtant, celui qui analyse de dehors programmes, directives et manuels scolaires est frappé par des orientations typiques de l'école italienne. C'est justement de ces orientations qu'on va discuter. Nous diviserons ce rapport en trois parties:

- 1) l'enseignement de la géométrie;
- 2) l'enseignement de l'arithmétique et de l'algèbre;
- 3) conclusion.

L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE

Un rapport sur l'enseignement de la géométrie dans nos écoles ne peut se passer de la connaissance de l'histoire de cet enseignement dans notre pays et de l'influence qui ont eu sur l'enseignement même les tendances de quelques mathématiciens.

C'est de tout cela que nous allons parler.

(*) Questo articolo riproduce una comunicazione tenuta da Emma Castelnuovo alle « Journées internationales pour l'enseignement des mathématiques » che hanno avuto luogo a Sèvres (Parigi) il 21-22-23 febbraio 1955.

(1) *Les mathématiques dans l'enseignement*, Revue da Paris, 1900.

LA GÉOMÉTRIE RATIONNELLE

Il y a désormais un siècle à peu près que pour l'enseignement de la géométrie l'on suit en Italie la tradition euclidienne. En 1867, en effet, sous l'influence de mathématiciens tels que Cremona, Betti et Brioschi, on établit d'abandonner le cours géométrique-algébrique de Legendre pour constituer un enseignement purement synthétique sur le modèle des « Eléments » d'Euclide. « Nos lycées — ce sont des paroles de Brioschi et Cremona prononcées en 1869 — sont appelés à donner une culture élevée exceptionnelle; ce qu'importe le plus c'est que les jeunes gens y apprennent à *raisonner*, à *démontrer*, à *déduire*. Donc, ce ne sont pas les moyens rapides ou les livres dans lesquels la géométrie est mêlée avec l'arithmétique et avec l'algèbre qui sont utiles. C'est « Euclide » lui-même le manuel qui sert le mieux à ce but » (1).

C'est justement grâce à l'influence de ces mathématiciens que dans les trente dernières années du 1800 parurent plusieurs manuels de géométrie avec cette orientation.

Les premiers ouvrages, par exemple ceux de Sannia et D'Ovidio (1869) et de Faifer (1878), commençaient par les notions générales de ligne et de surface et parmi celles-ci fixaient par des postulats la ligne droite et le plan. Mais les résultats de la critique des fondements conduisirent à reconnaître qu'il n'était pas rigoureux de partir de notions si générales telles que la ligne et la surface qu'on ne pouvait pas déterminer. C'est justement cette critique très poussée qui donna naissance à des manuels scolaires, tels que ceux de Veronese (1897) et de Enriques-Amaldi (1903), où l'on part des êtres géométriques les plus simples (point, ligne droite, plan), assumés comme êtres primitifs et après en avoir fixé la signification par des postulats convenables on procède à la construction et à l'étude d'êtres moins simples.

Les différences qu'on remarque en tel ou tel manuel, tous des véritables modèles de rigueur, tiennent à l'exposition de quelques chapitres. Par exemple, pour ce qui concerne l'égalité, il y a des auteurs (Enriques-Amaldi) qui tout en suivant le traité euclidien en précisent l'exposition « en l'éclaircissant par des remarques intuitives où le mouvement est largement employé » (2); d'autres par contre (Severi - 1926) préfèrent introduire le mouvement dans toute sa généralité comme correspondance entre les plans ou les espaces.

Nous avons voulu donner une idée même concise des préoccupations qui depuis des dizaines d'années ont les auteurs des manuels de géométrie rationnelle. Le problème ne semble pas encore aujourd'hui celui de changer de méthode, mais celui de traiter tel ou tel chapitre selon l'une ou l'autre orientation, tout en cherchant de concilier une exposition rigoureusement déductive à l'intuition psychologique de l'être ou de la propriété introduite.

Somme toute, on doit reconnaître que peu de chose a été changé depuis la fin du siècle: beaucoup des manuels de géométrie rationnelle récemment parus se sont inspirés aux deux classiques: celui de Enriques - Amaldi et celui de Severi.

(1) *Giornale di Matematiche*, 1869.

(2) *F. Enriques*: « Les modifications essentielles de l'enseignement mathématique dans les principaux pays depuis 1910 ». *L'Enseignement mathématique*, Genève 1929, pag. 16.

LA GÉOMÉTRIE INTUITIVE

Toutefois, dans ce régime de rigueur auquel c'est informé depuis longtemps l'enseignement de la géométrie en Italie, il y a quelque chose qui frappe l'attention de celui qui examine les programmes, même les programmes d'il y a soixante-dix ans. En effet, en 1881, dans une époque c'est-à-dire où l'on regardait plus du côté de la chaire que de celui des bancs, plus au maître que à l'élève, dans une époque où l'on considérait plus la matière en soi que la façon de rendre plus accessible cette matière même, on comprit qu'un enseignement euclidien n'était pas indiqué pour la première adolescence. Une loi du 1881 prescrit de diviser l'enseignement de la géométrie en deux cycles: un premier cycle de trois ans (c'est-à-dire pour des enfants de 11 à 14 ans) consacré à la géométrie expérimentale ou constructive ou intuitive (cette dénomination a été celle du 1881 et c'est l'actuelle) et un second cycle dans lequel on suit l'orientation euclidienne.

L'enseignement de la géométrie intuitive remonte donc en Italie à plus de ~~soixante-dix~~ ^{quatre-vingt} ans.

Mais l'influence des dispositions primitives de Cremona était si grande que même les manuels de géométrie intuitive suivirent et la plupart suivent encore aujourd'hui la ligne euclidienne sans s'arrêter aux démonstrations, n'expliquant pas aux élèves l'enchaînement des théorèmes et donc le pourquoi de la ligne suivie, et donnant au contraire une grande valeur à la partie expérimentale.

Il y a aujourd'hui deux tendances opposées par cet enseignement: l'une, qui d'ailleurs ne manque pas de l'appui de quelque mathématicien de valeur, voudrait amortir le plus possible le saut entre l'intuitif et le rationnel en remplaçant les deux cycles par un cours unique où l'on effectue petit à petit la progressivité de la rigueur mathématique; l'autre, au contraire, voudrait se détacher décidément de la ligne traditionnelle marquant d'avantage la différence entre les deux cycles.

Il y a évidemment plusieurs moyens pour développer un premier enseignement de la géométrie: un moyen serait de faire suivre à l'élève la même route pénible de recherches et d'erreurs que l'humanité a parcouru, en bref, de lui faire suivre le développement historique. Cette méthode qui vient d'être expérimentée par quelque maître rend la classe de géométrie une véritable forge d'activité et donne à l'enfant avec l'inquiétude de la recherche et la joie de la découverte, le vrai sentiment du courage intellectuel.

Il faut remarquer que c'est surtout l'enseignement de la géométrie intuitive parmi les autres disciplines qui, voulant se rattacher à la vie, a donné naissance en Italie à des expériences isolées de méthodes actives; expériences qui ont eu une grande valeur pour l'établissement de quelques classes actives.

La classe active chez nous a jailli de la méthode active suivie pour une discipline et donc grâce à l'initiative d'un maître: l'activisme est né du bas.

QUELQUE CONSIDÉRATION SUR L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE RATIONNELLE

Jusqu'ici nous avons exposé pour la géométrie rationnelle la méthode froide qui vient de la lecture des programmes, des directives, des manuels scolaires. Mais les manuels aussi cachent toujours quelque chose, quelque chose de vivant et d'humain.

Je tâcherai de rompre cette barrière en vous faisant entrer dans une classe: vous vous ferez alors l'idée d'une autre méthode qui tient à l'influence exercée dans l'ambiance scolaire par Federigo Enriques. L'influence que ce mathématicien a eu et a encore dans nos écoles n'est pas seulement celle qui vient des ses manuels scolaires, parmi lesquels les « Eléments de géométrie » dont nous parlions tout à l'heure. Nous avons dit qu'il a voulu donner avec cet ouvrage un modèle de perfection logique: son traité a un caractère déductif, donc statique. On a pris à la lettre les paroles de Brioschi et Cremona « ce qu'importe le plus est que les jeunes gens apprennent à raisonner, à démontrer, à déduire ».

Or, cette orientation statique n'était pas certainement dans les idées d'Enriques; Enriques qui dans ses travaux concernant soit l'histoire des sciences, soit la critique des principes, soit encore des oeuvres de pure mathématique tels que sa « Théorie géométrique des équations », écrivait: « A la base des aspirations puristes reste l'ancien modèle classique du traité qui se rattache à la vénérable tradition d'Euclide: l'idée, c'est-à-dire, d'une science rationnelle logiquement ordonnée comme théorie déductive, qui doit apparaître dans chacune des ses parties achevée et parfaite, qui, descendant des concepts les plus généraux aux applications particulières, repousse les suggestions incertaines et muables du concret et tout ce qui rappelle le passé obscur de la recherche ou découvre des difficultés nouvelles, brisant l'harmonie du système. D'autre part, cet idéal du système s'oppose à la philosophie générale des sciences, fruit de la critique moderne. En effet, la critique logique et gnoséologique, par l'étude à fond des vues de la science dans son devenir, dépasse l'opposition entre méthode déductive et méthode inductive et parvient à considérer la déduction même comme une phase d'un procédé unique qui va du particulier au général pour revenir au particulier.

La compréhension historique de la science vise à découvrir dans la possession l'acquisition et profite de celle-là pour éclaircir le chemin de l'idée et conçoit celle-ci comme se prolongeant au delà de tout terme provisoirement atteint » (1).

Enriques considérait cette méthode riche de conséquences dans la recherche pure et vivifiante d'un enseignement. Cette méthode conduisait à se donner une raison du développement historique des mathématiques, à comprendre les erreurs classiques, à mettre en lumière les problèmes classiques non résolus et les problèmes non résolubles avec les éléments et les prémisses qui suffisaient au contraire à la résolution et à l'éclaircissement de problèmes plus simples. Le nombre des éléments et des prémisses devait s'élargir, nous étions obligés à l'élargir si nous voulions résoudre ces problèmes. Cet élargissement continu du monde des mathématiques, cette considération de la science dans son évolution et non pas dans sa vérité statique, ce désir ardent et continuel vers la recherche, Enriques l'a transmis dans ses ouvrages d'histoire et de critique non seulement à ses élèves directs mais aussi à des maîtres qui ne l'ont jamais connu.

Sous l'influence de Federigo Enriques quelque professeur au lieu de suivre le manuel de géométrie en mettant en évidence la perfection logique et l'harmonie des connexions, tout en employant le même manuel, interprète les différents sujets comme une phase de la science en devenir et ces postulats comme des prémisses de cette construction particulière.

(1) « Teoria geometrica delle equazioni », vol. I, Prefazione - Bologna, Zanichelli.

La liberté d'enseignement dont on jouit en Italie fait qu'on peut avoir dans la même école deux cours parallèles de géométrie, confié chacun à un professeur, qui résultent bien différents l'un de l'autre: deux conceptions opposées qui, tenant compte du développement psychologique de l'enfant, donnent naissance à deux cours de géométrie intuitive; deux conceptions opposées qui, se rattachant à la philosophie des sciences, donnent naissance à deux cours de géométrie rationnelle.

L'ENSEIGNEMENT DE L'ARITHMÉTIQUE ET DE L'ALGÈBRE

ARITHMÉTIQUE

Celui qui lit nos programmes de mathématiques est frappé du fait qu'on développe l'enseignement de l'arithmétique seulement dans les premiers deux ans de la « Scuola Media » et puis on n'y revient pas dans la plupart des écoles.

L'enseignement de l'arithmétique a donc un caractère tout à fait pratique étant donné l'âge des élèves. Et l'adjectif « pratique » doit être entendu dans un sens très large car cet enseignement devrait donner une vision générale des applications des mathématiques dans les champs les plus variés faisant réfléchir l'enfant sur la vie de chaque jour à la maison, aux bureaux, dans les usines et en lui donnant une idée de la vie des laboratoires scientifiques où l'observation se traduit dans « le nombre ». Une idée qui devrait avoir une valeur d'un certain intérêt puisqu'il n'y a pas chez nous un cours de sciences naturelles jusqu'à l'âge de 16 ans.

Il faut reconnaître que un bon manuel d'arithmétique en ce sens n'a pas encore paru mais on sent que l'ambiance est aujourd'hui mûre à le produire.

C'est seulement dans l'« Istituto Magistrale » (école pour former les instituteurs) que l'étude de l'arithmétique est reprise sous le nom d'arithmétique rationnelle; alors, nombres entiers, fractions et leurs opérations sont analysés en vue de la manière selon laquelle les jeunes gens devront un jour les enseigner aux élèves des écoles primaires.

ALGÈBRE

Depuis quinze ans l'enseignement de l'algèbre est développé en deux cycles, comme celui de la géométrie. Le premier cycle a la durée d'un an (la 3-me classe de la « Scuola Media ») et il est consacré à des enfants âgés de 13 ans.

Dans le dessein des législateurs ce premier cycle avait une signification bien précise: on voulait donner aux élèves qui terminent leurs études après les trois classes de l'école moyenne un outil pour la résolution de problèmes pratiques du 1^{er} degré. On doit dire que cette orientation n'a pas été suivie dans l'enseignement. Tout cela tient surtout au fait que les auteurs des manuels d'algèbre s'en sont strictement tenus à l'esprit qui informe les livres d'algèbre des classes supérieures: ils ont donc reproduit en abrégé les manuels des lycées. Pourtant, tout le monde est d'accord sur le fait qu'un premier cours d'algèbre, ainsi développé, n'a pas une signification bien précise. Dans les classes supérieures le but de l'enseignement de l'algèbre est la « mise en équation », c'est-à-dire la traduction en termes algébriques des problèmes les plus variés du 1^{er} et 2nd degré. Cette étude a donc un caractère statique.

Pour arriver à la « mise en équation » il y a un enseignement assez poussé sur les opérations du calcul littéral. Il faut reconnaître que souvent l'on donne au « technicisme » une telle valeur que l'élève a l'impression que toute l'algèbre ne consiste que dans le développement algorithmique. Par conséquent cet enseignement est assez froid, la mécanique ne pouvant porter ni chaleur ni vie.

ANALYSE

Autre chose qui frappe l'attention du lecteur des nos programmes est que les concepts fondamentaux de l'analyse (limite, dérivée, intégral) sont traités aujourd'hui seulement dans deux écoles secondaires: le « Liceo Scientifico » et l'« Istituto tecnico industriale ».

L'enseignement de l'analyse dans ces écoles remonte à il y a une quarantaine d'années; on avait introduit cet enseignement soit dans le but de donner du relief aux connexions entre les différentes branches des mathématiques et des disciplines scientifiques, soit dans le but de faire tomber les barrières entre les mathématiques élémentaires et les mathématiques supérieures. Nous devons cependant reconnaître que souvent ces deux buts ont été perdu de vue: la véritable essence des concepts généraux est parfois cachée par une étude trop subtile pour des jeunes gens et par un technicisme trop poussé. De plus, la hantise de la préparation à la composition de mathématiques (qui concerne la discussion de problèmes du 2nd degré) porte à négliger les notions fondamentales.

Il faut aussi remarquer que ce cours d'analyse se détache d'une façon assez nette du précédent cours d'algèbre, le but de l'étude de l'algèbre étant seulement — comme nous avons dit — la « mise en équation ». Pour réaliser une continuité entre les deux cours il faudrait mettre même à la base du cours d'algèbre le concept de fonction, idée que des mathématiciens, parmi lesquels Enriques, avaient suggérée depuis longtemps, et qui aurait rendu cette étude plus vivante et réelle.

Or, voilà un point délicat qui divise les mathématiciens: il y en a encore un certain nombre — de plus en plus exigu — qui soutient qu'un enseignement des mathématiques est d'autant plus formatif qu'il est synthétique et qu'il n'est donc pas du tout convenable de mettre dans les mains des élèves « l'outil » capable de résoudre les problèmes par les méthodes générales de l'analyse.

Cette raison et l'autre qui tient aux heures de cours très insuffisantes font que le programme d'algèbre garde sa forme classique et que les notions d'analyse ne sont enseignées qu'en deux types d'écoles.

CONCLUSION

Laissez-moi résumer les concepts exprimés au sujet de l'enseignement de l'algèbre et de celui de la géométrie dans le 2nd cycle par des considérations générales sur l'enseignement mathématique en Italie.

Nous chercherons à saisir le sens de la classe de mathématiques au lycée classique et au lycée scientifique en donnant une vue d'ensemble ayant pour centre non pas le maître mais l'élève.

En générale les mathématiques paraissent à l'élève du lycée classique à la fin des ses études secondaires une discipline par laquelle il a appris, selon les paroles de Brioschi et Cremona, à « raisonner, à démontrer, à déduire » sur des questions si naturellement liées ensemble que sa curiosité est tout à fait satisfaite. Le jeune homme n'a pas des problèmes.

Pour saisir d'un coup la situation je veux vous donner un exemple de tout autre genre: le jeune homme en question ressent la même impression qu'on a en regardant la façade du Palais Farnese à Rome (ce palais de la Renaissance du début du seizième siècle où siège l'Ambassade de France). Ce palais donne une sensation profonde de calme, offre une jouissance esthétique par ses lignes sévères et mesurées; et les remarquables rapports mathématiques auxquels justement on doit cette harmonie, le travail d'idées et d'étude qu'ils cachent échappent à ceux qui regardent la façade par le fait qu'elle est trop équilibrée. Il nous semble qu'on ne peut construire rien de plus parfait.

Par contre, le monde mathématique de l'élève à la fin du lycée scientifique est bien étendu, riches sont les connexions qu'il entrevoit, mais à son esprit trop forcé à saisir les détails échappe la véritable essence de la matière étudiée.

Je veux maintenant vous faire entrer dans l'esprit de cet élève. Pour continuer mon analogie précédente pensez à un autre palais de Rome: la Villa Medici (ce palais du début du dixseptième siècle où siège l'Académie de France). Ici, dans ce palais, l'austérité solennelle est mitigée, non pas accrue, par la construction de deux tours qui dominent la façade. Mais ces deux tours ne sont pas harmonieusement mêlées au reste du bâtiment; en outre, l'attention de celui qui regarde est attirée plus par les sculptures et par les bas-reliefs qui nombreux ornent la façade que par l'ensemble.

Peut-être que le lycée qui mieux accompli sa tâche, étant données aussi les tendances littéraires-historiques qui forment la caractéristique de la culture italienne, est encore le lycée classique.

Ce lycée est considéré chez nous comme l'école formative par excellence: ici, l'enseignement des mathématiques, s'il est conçu dans une vision historique de la science, peut devenir quelque chose de vivant, de constructif, d'humain et l'antithèse histoire-science peut se résoudre dans une collaboration active et réelle.

Mais trop souvent, liés comme nous le sommes à la tradition, si l'on doit parler de méthodes d'enseignement on vise plus les lycées que les écoles techniques. On doit reconnaître que chez nous l'enseignement des mathématiques dans ce genre d'écoles est envisagé d'un point de vue trop culturel, comme valeur en soi, et la différence avec l'enseignement donné aux lycées n'est pas grande. L'exigence qu'on remarque aujourd'hui dans ce genre d'écoles à été soulignée vigoureusement par le mathématicien Guido Castelnuovo déjà en 1912: « Si les dispositions naturelles du jeune homme le conduisent vers des questions concrètes, il se révoltera contre l'esprit excessivement abstrait de nos cours et il ne comprendra pas l'intérêt d'une théorie tant qu'il ne verra pas des applications pratiques. Or, c'est ici le tort principal de l'esprit doctrinaire qui a envahi

notre école. Nous y enseignons à se méfier de l'approximation qui est la réalité même pour idolâtrer une perfection qui n'est qu'illusion » (1).

Ce sont des paroles qui ont été prononcées il y a une quarantaine d'années lorsque — évidemment — l'ambiance n'était pas mûre pour les comprendre. Aujourd'hui ces paroles sont écoutées, répétées, commentées; on ne veut pas — l'on crie partout dans le milieu technique — que la science dévie de plus en plus aristocratique et qu'elle fasse abstraction du travail de l'homme: car c'est ici, dans le travail humain, qu'elle trouve sa concrétisation et que, devenant accessible à tout le monde, elle peut accroître sa force et sa vigueur.

Tout au début nous avons dit que la presque immobilité des nos programmes ne révèle certes la satisfaction de l'Ecole et de la Société Italiennes.

En effet, aujourd'hui bien plus qu'autrefois l'enseignement mathématique et en général tout l'enseignement scientifique dans les écoles secondaires est en crise en Italie: le contraste entre, d'une part le progrès scientifique et les nouvelles conditions de la société et, d'autre part la tradition culturelle, qui est chez nous fondamentalement littéraire, devient de plus en plus frappant. La société réclame aujourd'hui un juste équilibre entre les enseignements littéraires, philosophiques, scientifiques; mais la société réclame aussi que, par le moyen des mathématiques, l'école s'insère dans la vie du pays et que la vie entre dans l'école.

EMMA CASTELNUOVO

(1) « La scuola nei suoi rapporti colla vita e colla scienza moderna ». Atti III Congresso Matematico, 1912.