EMMA CASTELNUOVO
SCUOLA MEDIA TASSO - ROMA

L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA NELLA SCUOLA MEDIA

Estratto da «IL CENTRO»
Bollettino bimestrale del Centro Didattico Nazionale - Firenze
Anno I, N. 5 - Gennaio-Febbraio - 1953

TIP. GIUNTINA S. p. A. - FIRENZE

L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA NELLA SCUOLA MEDIA

METODI ATTIVI (1)

Un noto scrittore della Francia d'oggi, morto in aviazione durante l'ultima guerra, Antoine de St. Exupéry, criticava in uno dei suoi romanzi l'insegnamento della geografia dicendo che esso mira solamente a dare una conoscenza dei fiumi, dei monti, delle città, e non si ferma a considerare quel piccolo ruscello che è la vita di un villaggio, quella luce che brilla nel casolare e che testimonia l'esistenza dell'umanità. E, altrove, aggiungeva con fine umorismo: « Da ragazzo avevo studiato la geografia e questo studio mi ha effettivamente servito molto. Sapevo riconoscere (nei miei voli) a primo colpo d'occhio la Cina dall'Arizona! »

Anche a proposito dell'insegnamento della matematica si potrebbero fare delle osservazioni del tutto analoghe.

Cosa c'è di vero in queste critiche che il mondo c'indirizza, come si potrebbe cercare di evitarle: ecco lo scopo di questa conferenza e soprattutto — mi auguro — della discussione che ne farete seguire.

* * *

Per entrare subito nell'argomento, immaginiamo di assistere insieme, voi ed io, ad una lezione di matematica in una Scuola media: la prima lezione di matematica in una prima media. Tanti professori, tante lezioni differenti; scegliamone tre a caso, fatte da giovani professori all'inizio della carriera: una di aritmetica, una di geometria e una — studiata un po' con cura per attirare l'attenzione degli allievi — di nozioni storiche della matematica.

La lezione del 1° professore: quella di aritmetica

« Bambini, alle elementari avete imparato ad eseguire le operazioni coi numeri interi; avete, per esempio, imparato che: $3 + 5 = 8$.

Bene, ora io vi faccio vedere che anche: $5 + 3 = 8$.

Guardate! « Il professore, diligentissimo, si è preoccupato di portare in classe dei gettoni, e — quasi un giocoliere — dà la prova pratica ai suoi allievi. « Cambiando l'ordine degli addendi il risultato non cambia; questa è la proprietà commutativa dell'addizione ».

Ma il professore non manca di una certa sensibilità, e si accorge che gli allievi sono molto più interessati al suo abito e alla sua cravatta che all'esperienza stessa e allora — succede spesso di mutare modo di esprimersi al contatto della classe — cambia tono. « Ragazzi — dice — ora non siete più alle elementari, l'esperienza che abbiamo fatto non vi dice nulla di nuovo, voi la conoscevate già. Ma non basta conoscere una

---

(1) Conferenza tenuta presso la Società Italiana « Mathesis », Sezione di Firenze, il 28 febbraio 1953.

cosa solo in pratica: occorre studiarla in generale. Pensate: qualunque siano i numeri è valida la proprietà commutativa dell'addizione; se i numeri li indico con *a* e *b*, io potrò sempre scrivere: $a + b = b + a$.

Dunque: la somma di due numeri è non solo il numero a cui si perviene aggiungendo di seguito al primo numero (a) nella serie naturale dei numeri tante unità quante sono quelle del secondo (b), ma anche il numero a cui si perviene... ».

La lezione del 2° professore: quella di geometria

« Quest'anno studieremo la geometria piana; ci occuperemo perciò di figure che stanno in un piano: di triangoli, di quadrati, di trapezi... Voi le conoscete già queste figure, ma vediamo di studiarle più a fondo, considerandone i loro elementi; il triangolo ha tre vertici, il quadrato quattro, ... Il vertice è un *punto*. Che cosa è un punto? ».

I ragazzi guardano il professore un po' meravigliati dalla domanda; chi è che non sa che cosa è un punto? E difatti il professore porta degli esempi che tutti conoscono: il granellino di sabbia, il segno fatto da una matita appuntita su un foglio di carta. ... Ma — dice il professore — questi esempi sono solo per darvi un'idea, l'idea di punto, perchè il punto che noi considereremo sempre, il punto geometrico, non ha dimensioni. Ma sono cose che ora Voi non potete capire ».

La lezione del 3° professore: quella di nozioni storiche

« Voi sapete, ragazzi, che non vi è solo la numerazione a cifre arabe che noi usiamo di solito, ma vi sono, anzi vi sono state, altre numerazioni. Per esempio i Greci indicavano i numeri con le lettere dell'alfabeto (ne dà un breve cenno), i Romani scrivevano tutti i numeri basandosi su un certo numero di cifre (le scrive). Voi vedete ancora questa numerazione negli antichi monumenti e la vedete adoperare qualche volta negli orologi ». L'insegnante, dopo aver portato esempi di applicazione della numerazione romana, fa esercitare gli allievi nella lettura e nella scrittura in cifre romane.

* * *

Abbiamo finora guardato dalla parte della cattedra; volgiamo ora lo sguardo ai banchi. In tutti e tre i casi gli allievi non si sono interessati; perchè?

Analizziamo le tre lezioni:

— La prima verteva sulla proprietà commutativa dell'addizione. Ora, ci sono due aspetti di questa proprietà: l'uno è *sperimentale;* il bambino lo scopre verso i 5-6 anni. Ricordo che Enriques diceva che la proprietà commutativa dell'addizione è la più grande scoperta matematica che faccia il bambino. È una scoperta che fanno tutti, ma a 5-6 anni; ora, a 11 anni, quell'esperienza è del tutto superata.

L'altro aspetto sotto cui si può presentare la proprietà commutativa *ha significato solo in una sistemazione critica dell'aritmetica.* Il valore della proprietà commutativa non può essere compreso se non inserendola in una teoria generale dove si metta in rilievo che esistono delle aritmetiche in cui tale proprietà viene a mancare.

È evidente che di questo aspetto critico non se ne può parlare a un ragazzetto.

— La seconda lezione, quella di geometria, è facilmente criticabile da un punto di vista psicologico: il concetto di punto materiale è ormai da anni assimilato dal

bambino, mentre all'idea di punto geometrico non si può arrivare se non dopo aver parlato delle grandezze incommensurabili. Ora, non c'è nulla che urti di più il bambino che il sentirsi dire: « sono cose che oggi non puoi capire; le vedrai in seguito ».

Il tono della prima lezione fa prevedere che l'insegnante passerà molto tempo sulle proprietà della retta, sulle definizioni di segmento e di angolo, probabilmente tutto il primo anno.

— La terza lezione, quella sulla numerazione, sembrava più attraente, più indovinata; perchè ha fatto poco effetto sulla classe? Il professore ha presentato ai ragazzi delle numerazioni che non si usano più, cose passate, cose morte. Il ragazzo non s'interessa. Ma allora — si dice: tutta la storia della matematica sono cose passate, cose morte; e perchè le direttive dei programmi consigliano caldamente di farne dei cenni? Ci sono due modi di fare della storia della matematica: uno consiste nel parlare di questa o quella numerazione, di questo o quel matematico, fatti grandi e piccoli. È una storia che può essere interessante da un punto di vista critico ma che al bambino sembra ancor più antica di quanto non sia. Ma c'è un'altra storia: la storia dello sforzo dell'umanità alla scoperta della soluzione di questo o quel problema, alla ricerca della verità. È una storia di cui al fanciullo sembra di far parte, ne fa effettivamente parte, ne è anche lui un attore. Ne parleremo fra breve.

* * *

Come noi, entrando in quella scuola, così anche i programmi di matematica di tutti i paesi — immaginiamo di umanizzarli e di considerarli in quest'ultimo cinquantennio — hanno volto lo sguardo ora da una parte ora dall'altra della classe, osservando ora la cattedra ora i banchi, prendendo in esame ora la matematica ora il fanciullo. Sarebbe interessante seguirne le modificazioni e gli sviluppi nelle varie nazioni, ma non ne abbiamo il tempo: diremo solo che anche i programmi di matematica rispecchiano l'evoluzione storica, politica, economica dei diversi paesi; in breve, sono l'espressione della classe a cui sono diretti, intendo dire della classe sociale.

Oggi che si comincia a parlare più frequentemente in Italia di *Scuola attiva* e di *metodi attivi,* gli occhi si volgono più ai banchi che alla cattedra e un'enorme confusione si crea fra il programma e il metodo, fra le funzioni del maestro e dell'allievo. Devo mettere da parte il problema della Scuola attiva per non allargare troppo il tema; mi limiterò a parlare di metodo attivo nell'insegnamento della matematica. Non ne do una definizione; a mio parere non si deve dare; il significato di metodo attivo è così largo e così fluido e insieme così personale! Parlando, via via ne verranno in luce tanti aspetti, e ognuno riconoscerà in uno di questi qualche cosa che sentirà più particolarmente sua e allora forse potrà costruirsi la sua propria definizione. Metodo attivo: si dice. Se ne ricercano le origini nella storia e si addita il meraviglioso esempio descritto nel dialogo di Platone: Socrate fa scoprire a uno schiavo il Teorema di Pitagora nel caso del triangolo rettangolo isoscele.

E poi, sfogliando il libro della didattica matematica, qualche altro esempio di metodo attivo scaturisce qua e là, pochi a dir vero; ne cito qualcuno a caso: Simon Stevin e le sue esperienze didattiche sui numeri decimali alla fine del '500, A. C. Clairaut e l'insegnamento della geometria a metà del '700.

Pochi esempi e in generale si riferiscono ad argomenti ristretti, ben delimitati (escluso quello del Clairaut) e si indirizzano ad un allievo o a un circolo di pochissimi allievi.

Ma noi abbiamo davanti una classe di 30-35 ragazzi di ogni condizione sociale. E abbiamo un programma ben determinato da svolgere, mi riferisco naturalmente al programma italiano. Ci domandiamo: *è possibile rendere attivo ogni programma, ogni argomento?*

A mio parere, è possibile solo se l'argomento ha in uno dei suoi tanti aspetti una rispondenza cogli interessi che ha il ragazzo in quel periodo; perchè, solo in questo caso, egli potrà farsi partecipe dell'argomento, dare qualcosa di sè stesso al programma.

Ecco un primo significato del metodo attivo nell'insegnamento della matematica, forse il significato più largo, più comprensivo: la corda dell'interesse dell'allievo deve essere messa in vibrazione, deve addirittura entrare in risonanza con l'argomento.

Alla luce di questo concetto consultiamo i programmi di matematica e ammettiamo serenamente che l'insegnante ha in Italia piena libertà d'interpretazione e quindi di svolgimento. Guardando il programma si presentano due casi:

1) alcuni argomenti sono tali che nessuno dei loro aspetti corrisponde — a mio parere — all'età 11-14 anni. Un esempio è quello delle proprietà delle operazioni; in questo caso specifico ritengo che l'insegnante dovrebbe girare l'ostacolo — diciamo così — e fare delle applicazioni di calcolo mentale;

2) l'argomento in alcuni casi è tale che va opportunamente cambiato il modo di svolgerlo, e sono tante le vie che si possono seguire. Mi riferisco ora all'insegnamento della geometria.

Bene, ma allora, *cosa trattare di aritmetica e di geometria?* Tralascio di parlare dell'insegnamento dell'algebra.

Per quanto riguarda l'aritmetica mi limiterò a parlare di un argomento, quello delle frazioni; traccerò poi rapidamente la linea che seguo per la geometria.

Mi era accaduto varie volte che, dopo aver parlato della regola di divisione delle frazioni, qualcuno degli allievi facesse la domanda: « Ho capito la regola, ma cosa significa per esempio

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{4} ?$$

Confesso che fino a 3 o 4 anni orsono io cercavo di rispondere alle domande degli allievi, sforzandomi di chiarire i loro dubbi e le loro incertezze, ma non mi chiedevo il perchè della domanda. Da qualche tempo ho capito che è lì che bisogna puntare: il campo di studio dell'insegnante diventa allora profondo e interessantissimo: un vero campo di ricerca.

La domanda sulla divisione delle frazioni fa comprendere che *il ragazzo non considera la frazione come numero astratto, ma solo come operatore.* Nello studio del concetto di frazione questo è il primo stadio e su questo stadio io ritengo sia opportuno fermarsi molto a lungo: tutto il primo anno. Passo solo il secondo anno allo studio della frazione come numero.

È interessante studiare le difficoltà che presentano i vari significati del concetto di frazione alla luce della storia, delle conoscenze che hanno gli attuali popoli primitivi (gli abitanti del Congo Belga, per esempio), alla luce delle esperienze psicologiche che si vanno facendo, anche da parte di non matematici, in parecchi paesi, in particolare in Svizzera, e dei tests della Scuola americana. Sembra che da tutte le parti si giunga ad una medesima conclusione: la difficoltà — è vero — sta nel concetto stesso, ma la scuola non fa nulla per chiarirla, anzi tende a confondere insieme i vari significati. Se il ragazzo che esce oggi dalla scuola media italiana è incerto se la frazione 2/3 è maggiore o minore di 1/2, la colpa è assolutamente nostra. Confessiamocelo: avendo spesso notato le difficoltà che egli incontra nel concetto di frazione, noi ci siamo rifugiati sulle impalcature delle espressioni a due o più piani, sfuggendo così alla difficoltà, ma non chiarendola certamente. Si potrà dire che si fa dell'attivismo incoraggiando il ragazzo a salire sulle impalcature; ma le impalcature sono castelli di carta se sono costruite su un concetto — la frazione — che non è stato compreso!

Per comprendere il concetto di frazione come operatore bisogna che il bambino la costruisca da sè la frazione; anche se non materialmente, deve costruirla graficamente. Proponetegli di addizionare le unità frazionarie che egli ben conosce: 1/2 di un segmento e 1/4 dello stesso segmento e fate che lavori all'inizio su carta quadrettata, dove il lato del quadretto sia indivisibile. Egli dovrà considerare due segmenti uguali, uno divisibile in due parti, l'altro in 4; prenderà un segmento di 4 quadretti. Troverà che la somma di quelle unità frazionarie è di 3 quadretti; dirà: mi son venuti 3 quadretti invece di 4, 3 su 4; e scriverà 3/4. È interessante vedere la reazione dei ragazzi davanti alla creazione della frazione; hanno dato vita a un concetto nuovo, l'hanno visto nascere, ne hanno creato anche il simbolo dando alla preposizione *su* il suo vero significato. Questa è senza dubbio dell'attività intellettuale.

La frazione che hanno scoperto è legata alla rappresentazione grafica sul segmento; è bene — a me sembra — che essa rimanga tale per un certo tempo. Poi, a poco a poco, il ragazzo non sentirà più il bisogno di eseguire il disegno del segmento, ma lo « vedrà mentalmente »; a questo punto la rappresentazione grafica viene sostituita da una percezione mentale.

Le frazioni su cui lavoreranno gli allievi saranno sempre a termini molto semplici; per eseguire l'addizione sarà possibile trovare ad occhio il denominatore comune, cioè — sul piano grafico — il segmento composto di un numero di parti tale da potervi rappresentare ogni frazione. Perchè far lavorare su frazioni del tipo: $\frac{317}{432}$, $\frac{829}{319}$? Gli americani in questo caso hanno veramente ragione; dicono: queste frazioni non esistono nè per chi si dedica a un mestiere qualunque, nè per il matematico. Perchè appesantire gli studi con questi calcoli?

Il 2° anno la frazione assumerà per il ragazzo anche un altro significato, il significato di *numero*. Qui il problema didattico è ben difficile, e forse anche qui conviene prendere suggerimenti dai primi problemi che ci ha tramandato la storia. Ecco un problema del Papyrus Rhind: Dividere 3 pani fra 4 persone; in generale, dividere 3 oggetti fra 4 persone; dividere insomma 3 per 4, eseguire l'operazione $3:4$.

Quale parte di pane viene a testa? Quale è il risultato della divisione $3:4$? Il ragazzo scopre — e il risultato non è evidente perchè ha bisogno di eseguire effettivamente l'operazione su uno schema grafico — che ad ogni persona toccano i 3/4 di pane, cioè che $3:4 = 3/4$. *La frazione è dunque il risultato di una divisione.*

Ma il ragazzo sa — e qui ci si allontana di molto dagli studi egiziani — che la divisione 3 : 4 nel campo dei numeri decima i è il numero 0,75; dunque: 3/4 = 0,75. *La frazione è un numero.*

È ora, ed ora solamente, che la frazione è compresa dal ragazzo nel senso astratto: ha bisogno di vederla scritta nella notazione decimale per identificarla con l'idea di numero; benchè tale scrittura decimale ne limiti il significato.

Ed è solo ora che avrà più senso fare esercitare l'allievo su qualche semplice espressione con frazioni e numeri decimali.

Concludendo, i vari aspetti del concetto di frazione vengono scoperti dal ragazzo in anni successivi: la frazione-operatore troverà le sue origini e poi il suo scopo nelle applicazioni geometriche; il senso della frazione-numero sorgerà invece da problemi puramente aritmetici. Entrambi i significati acquistano un valore particolare se si fanno nascere, non dico spontaneamente, ma naturalmente, ricorrendo ai problemi pratici che si sono imposti nell'antichità.

Passiamo ora a un breve cenno sull'insegnamento della geometria intuitiva.

Si dice: « è impossibile che il ragazzo intenda che cosa è un quadrato o un triangolo senza aver prima parlato dei concetti geometrici primitivi ed aver inoltre definito almeno il segmento e l'angolo ».

L'osservazione, molto frequente è giustificatissima e — a prima vista — si risponde approvandola.

Esaminando però meglio la questione vengono dei dubbi; ci si chiede: gli Egiziani, cui si deve la regola per la determinazione delle aree dei poligoni più semplici e la costruzione di poderosi monumenti nella vallata del Nilo, avevano mai sentito la necessità di chiarire le loro idee sui primi elementi geometrici? e Talete e Pitagora, che ci hanno lasciato i risultati più notevoli nel campo della geometria piana, avevano forse pensato a costruire logicamente i fondamenti della geometria?

Questi interrogativi conducono ancora più lontano: l'uomo primitivo, che a cenni e con poche parole si faceva intendere dal compagno, aveva idee chiare sulle leggi che regolano la formazione della frase? e il bambino che comincia ad esprimersi nella lingua materna ha il senso esatto delle parole che adopera? - Evidentemente no. Ma a nessuno, nemmeno al grammatico più ortodosso, verrebbe in mente di rinchiudere il bimbo entro quattro pareti e d'istruirlo nella primissima fanciullezza sull'arte del parlare.

Non è tanto strano così che a metà del '700 un matematico francese, A. C. Clairaut, abbia pensato di togliere il bambino dalle quattro pareti della geometria euclidea — per continuare l'analogia — e d'immergerlo nel mondo reale, facendogli ripercorrere le tappe attraversate dall'umanità, facendogli seguire cioè lo sviluppo storico. La geometria che costruisce il ragazzo è una geometria che ha anch'essa una logica: è la geometria di Talete e di Pitagora. Come Euclide è stato condotto a riordinare in un tutto organico i vari capitoli e le varie scoperte, così il ragazzo troverà estremamente naturale che nel seguito degli studi le proprietà ch'egli aveva trovato vengano riordinate secondo un'altra logica, la logica euclidea.

Ecco la linea che, secondo l'idea Clairaut, faccio seguire ai miei allievi; ve l'accenno brevemente:

Una delle necessità più impellenti che l'uomo ha sempre avuto è quella di calcolare l'area di un campo, di una prateria, di un recinto. Come risolvere il problema se il campo ha la forma di poligono? *È proprio da questo problema che nasce il capitolo dell'equivalenza.* Un poligono si può sempre dividere in triangoli; si tratta allora di trovare la regola per l'area del triangolo. Ma un triangolo è la metà di un rettangolo; e alla regola per l'area del rettangolo si arriva facilmente decomponendolo in quadrati unitari (supposte naturalmente le dimensioni commensurabili con l'unità di misura). *Ecco, nelle sue linee essenziali, come sviluppo il capitolo dell'equivalenza.*

Sono dei problemi pratici che ci hanno condotto a questo studio, ma non per questo ce ne dobbiamo vergognare.

Ma, quello che colpisce chi si avvicina ai procedimenti matematici non è la scoperta di una proprietà quasi evidente, sono invece delle verità nascoste; e questo capitolo, che conduce spesso a scomporre e a ricomporre dei poligoni, ci dà l'occasione di mettere in risalto la potenza del genio matematico con il Teorema di Pitagora, esempio tipico di una verità generale a cui si arriva dopo verifiche pratiche di casi particolari.

Devo dire che non capisco affatto il timore che ha spesso l'insegnante di presentare al bambino un « gran teorema »; a mio parere bisogna aver paura dell'errore didattico opposto, quello cioè di presentare al bambino delle verità troppo facili ed evidenti che fanno perdere la fiducia nella scienza e negli scienziati. Bisogna ben persuadersi che la maggior parte delle proprietà geometriche ha importanza solo per l'incatenamento logico e non per sè stesse. Dato che a quell'età il ragazzo non può sentire il gusto di un ordinamento logico-euclideo trovo che è inutile insistere su tali proprietà; ed è proprio per tale ragione che ritengo estremamente didattico introdurre fin dal primo anno uno di questi « fuochi » della geometria elementare.

Ma, riprendiamo la linea di svolgimento: può accadere che nell'interno del campo vi sia un ostacolo (una casa, un lago, ecc.) che impedisca di prendere delle misure dirette. Siamo allora condotti naturalmente al problema: costruire un poligono uguale al poligono dato in una spianata libera da ostacoli e prendere le misure su questo secondo poligono.

Si arriva così al 2° capitolo: quello dell'uguaglianza.

È qui che s'impone il concetto di angolo; e lo studio degli angoli ci porta alla scoperta della *proprietà sulla somma degli angoli di un triangolo,* altra verità inattesa e nascosta e che quindi — come il Teorema di Pitagora — fa sentire all'allievo la potenza della matematica.

Ma, anche un bambino comprende che quella costruzione di un poligono uguale a un campo dato è spesso difficile e può essere impossibile per delle ragioni pratiche. Ed è proprio il bambino, che « vive » incoscientemente delle proporzioni, che ci suggerisce di costruire un poligono uguale al dato ma più piccolo; intende uguale di forma. Noi diciamo un poligono simile. *È così che il 3° capitolo — quello della similitudine —* nasce spontaneamente.

L'interesse che il ragazzo ha nella costruzione della pianta di un poligono in una certa scala è molto superiore a quello della costruzione di figure uguali. Vi è nella similitudine qualche cosa che colpisce, qualche cosa di suggestivo, qualche cosa — oserei dire — che costituisce una vera gioia dello spirito e della vista: è l'intuizione delle verità geometriche indipendenti dalla grandezza assoluta o l'armonia dei rapporti che gusta il bambino? Entrambe, penso. È l'idea geniale di Talete di Mileto e i primi problemi imposti dall'arte che danno vita e colore a questo capitolo. Benchè nei programmi attuali non compaia esplicitamente, io ritengo che questo studio sia opportuno e indicatissimo. Ecco così i tre capitoli fondamentali della geometria piana che si succedono in un ordine naturale: *equivalenza, uguaglianza, similitudine.* È il ragazzo che ha costruito la linea di questa geometria; e anche in questa linea vi è una logica.

Vogliamo far notare che *non si sono mai imposte delle definizioni;* pensiamo infatti che esse debbono essere il fine e non l'inizio di una costruzione primitiva. Le definizioni si devono sentire, si devono costruire, devono essere una conquista.

Si potrebbe sintetizzare questo metodo dicendo che abbiamo sostituito il metodo *descrittivo* d'esposizione con un metodo *costruttivo* nel vero senso della parola, con un metodo che è necessariamente vivo perchè rappresenta il lavoro stesso fatto dall'umanità.

Naturalmente non è l'unica strada che si possa seguire, non è l'unico metodo in cui abbia un senso scoprire prima le proprietà delle figure e poi costruire le definizioni.

È molto interessante la via dei cosiddetti « centri d'interesse », che si segue per esempio in Belgio da qualche anno; gli argomenti sono qui scelti dopo uno studio psicologico che consiste nel discernere i gusti e le aspirazioni del ragazzo. Sono gruppi di argomenti che si considerano; per esempio: dallo studio del rettangolo, del cubo, del cilindro, si sviluppano le nozioni di solido-volume, superficie-area, linea-lunghezza, punto.

Sarebbe interessante sperimentare queste idee anche in qualche classe delle nostre scuole.

Qualunque via si segua, la cosa fondamentale è di interessare il ragazzo e di far sì che egli si renda conto da sè di che cosa è la matematica. Ho assistito giorni fa a questo dialogo in una I^a media, dove i ragazzi avevano appena scoperto il Teorema di Pitagora:

« Ma allora — ha detto un bambino — noi abbiamo fatto una scoperta come Pitagora! » — « Sì — ha detto un compagno — ma Pitagora quella scoperta l'ha fatta tanti secoli fa; se fossimo vissuti a quell'epoca, allora sì che passavamo alla storia! » — « È diversa — ha detto un altro — la scoperta che abbiamo fatto noi da quella fatta da Pitagora. Lei ci ha condotto a scoprire, lei ci ha detto: consideriamo due quadrati uguali e vediamo di scomporre l'uno in due rettangoli uguali e in due quadrati e l'altro in 4 triangoli rettangoli uguali e in un quadrato; poi, è vero, la scomposizione l'abbiamo fatta noi e anche quella strana proprietà l'abbiamo trovata noi. Ma a lui, Pitagora, nessuno gli aveva suggerito di fare quelle scomposizioni ».

« È vero — ha detto un altro — a me sembra che la difficoltà nella matematica non sia tanto nel dimostrare una certa proprietà, ma nel pensare, nel vedere che vale quella certa proprietà ».

Questo colloquio è — a me sembra — molto istruttivo. Non solo è commovente veder discutere dei bambini di 11 anni su quella che è la vera essenza della matematica, ma quelle discussioni ci fanno riflettere: forse il metodo che seguiamo non è del tutto attivo? forse la guida che diamo è troppo marcata? dovremmo forse lasciarli ancora più liberi nelle loro intuizioni? È una questione a cui bisogna pensare.

Mi è piaciuto riferirvelo questo colloquio, perchè ancora una volta sono uscita di classe con un problema didattico vivo; ancora una volta un tema interessante di studio

mi è stato suggerito dagli allievi. *È questo un altro lato fondamentale del metodo attivo.*

I temi di ricerca nel campo della didattica matematica sono infiniti: poco è stato fatto, larghissime e sempre nuove sono le possibilità di studio che si presentano. Sono convinta che ognuno di noi può portare un contributo a questa scienza dell'insegnamento.

Interessando il ragazzo alle questioni tecniche da una parte e al valore umanistico della matematica dall'altra, potremo ottenere — per riprendere il pensiero di St. Exupéry — che egli sappia poi nella vita riconoscere una Cina da un'Arizona? Riusciremo a far sì che egli noti l'importanza del piccolo ruscello che dà vita al villaggio e che il suo sguardo si fissi sereno e fiducioso su quella luce che brilla nel casolare e che attesta il lavoro dell'umanità?

È questa — io penso — la meta che dobbiamo proporci.