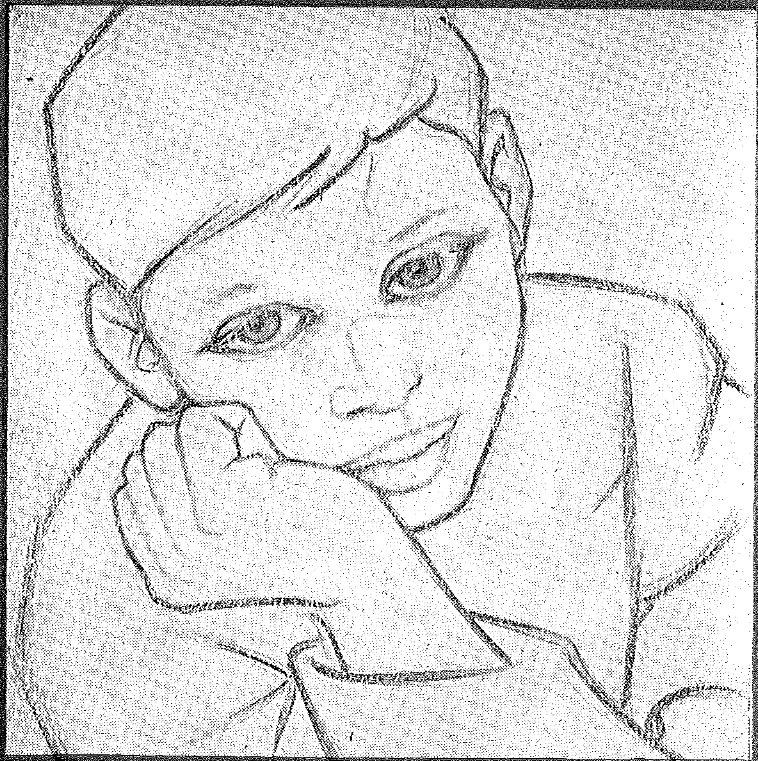
Educazione democratica



a. III. 1955 - 2-3

Rivista bimestrale di problemi educativi moderni una scuola imperfetta, e invece di educare a posizioni di rinnovamento, creano, attraverso i maestri conformisti ,scolaretti e tanti Pierini che siano domani conformisti ai potenti o al quieto vivere o alla prosperità individuale. Se non c'è stata mai una società dove libertà e giustizia fossero profondamente compenetrate, e il libero sviluppo di ciascuno fosse congiunto al libero sviluppo di tutti; se non c'è stata mai un'autorità effettivamente federalizzata; come possiamo noi riferirci al passato e insegnare il conformismo ad esso? Bisogna, invece, utilizzare costruttivamente il senso critico verso una realtà, una società, un'umanità insoddisfacenti, per avviare alla fondazione di una realtà migliore. Bisogna far sentire questo distacco, questo abisso. Quello che è stato fatto, non è detto che debba ripetersi; per esempio, la prostituzione, lo sfruttamento, la tortura. I giovani vanno, dunque, impegnati su questa passione di rinnovamento sulla base del meglio e dei valori che noi dobbiamo porgere.

Infine un quarto elemento. Se questo è il momento per un rinnovamento profondo, presentare l'immagine delle vittorie di guerra è proprio l'« oppio dei pòpoli » che i dominanti amano porgere, appunto perchè temono che si costituisca un'infinita federazione di autonomie, che superi tutti gli elementi oppressivi. Dividendo si impedisce l'unitaria costituzione di una realtà mai vista. Quando il vecchio Dio dell'Antico Testamento scese a vedere la città e la torre che i figli degli uomini edificavano nella pianura di Scinar, la città che poi fu chiamata Babel, disse: « Ecco, essi sono un popolo e hanno tutti il medesimo linguaggio; e questo è quel che cominciano a fare! Oramai niente li impedirà di condurre a termine quelsivoglia impresa si propongano ». E così il vecchio Dio confuse i loro linguaggi e disperse le genti sulla faccia di tutta la terra (Genesi XI, 5-9). Contro questa distribuzione di «o ppio dei popoli » bisogna affermare l'evoluzione umana che dalle guerre esterne passa alle rivoluzioni trasformatici delle interne istituzioni ingiuste, e da queste al metodo della lotta non violenta, ma strenuamente e mai cessante, per rinnovare ancor più radicalmente, e sempre col pensiero e la realtà della compresenza di tutti.

ALDO CAPITINI

L'insegnamento della matematica nella scuola media

di Emma Castelnuovo

L'insegnamento della matematica nella scuola media ha assunto in questi ultimi anni un'importanza e un carattere che non aveva negli antichi corsi secondari, dovendosi oggi rivolgere sia al fanciullo che ha dietro di sé una cultura e una tradizione e che proseguirà poi negli studi, sia al bimbo che, primo della sua famiglia, siede sui banchi di una scuola e che lascerà gli studi dopo il triennio.

Domandarsi se i vigenti programmi sono lontani dallo spirito del bambino d'oggi, esaminare se l'effettivo insegnamento differisce dalle idee espresse in tali programmi, questo è lo scopo del nostro articolo.

Gli attuali programmi consistono nello studio *dell'aritmetica, dell'algebra e della geometria.*

Ecco quanto si dice per l'insegnamento relativo alla 1ª media: « In questo insegnamento il professore terrà presente che le matematiche si sono sviluppate in rapporto alle esigenze del movimento, del porre, disporre, riunire, proporzionare, equare cose ed energie umane e naturali fra loro, e in rapporto alla loro significazione in un linguaggio preciso. Egli, quindi, dalle stesse contingenze della vita dei fanciulli, dai loro giochi, lavori, bisogni di precisazione quantitativa di luoghi, di tempi, di forme, di rapporti, di scambio... farà nascere l'esigenza dei ragazzi stessi ad approfondire le ragioni e il meccanismo delle operazioni e costruzioni fondamentali sui numeri interi, delle potenze, del M.C.D., del m.c.m. ecc. e delle operazioni sulle frazioni ».

Confesso che mi è difficile ritrovare i giochi, i lavori, i bisogni di precisazione che la vita d'ogni giorno impone agli stessi ragazzi nel corso di aritmetica che troppo spesso si svolge nelle nostre prime medie: lì dove ci si affretta a parlare delle quattro operazioni e delle loro proprietà non certo per soddisfare un'esigenza pratica sentita dagli allievi, ma per passare a quelle espressioni sui numeri interi e coi più svariati tipi di parentesi, che allontanano il fanciullo dal concetto di numero, per far fermare il suo occhio, non il suo spirito, sulla diversa forma o foggia delle parentesi stesse. E le parentesi sono pronte ad accogliere sotto le loro ali protettrici un nuovo simbolo, « la potenza », che, quando fu introdotta, non avrebbe mai pensato che la sua funzione fosse esclusivamente legata alle operazioni che con essa si possono architettare. In quelle prime medie dove le interminabili scomposizioni in fattori primi, eseguite — come dicono i ragazzi —

« col metodo della retta verticale », conducono, attraverso la « via crucis » del massimo comun divisore e del minimo comune multiplo, all'argomento fondamentale dell'anno: le frazioni. Ma — attenzione! — non è sul concetto di frazione che in generale si insiste, perchè si può vivere benissimo — evidentemente si pensa così — colla convinzione che 2/3 = 3/4, incerti dunque se alla riunione di condominio si è raggiunto il numero legale! Sono operazioni con frazioni, frazioni a termini frazionari, a « piani », come dicono visualizzando gli allievi, che invadono senza pietà lavagne, quaderni, spiriti: sono interminabili espressioni frazionarie in cui tutte le operazioni finora fatte, i simboli introdotti, le parentesi di vario tipo, i piani e i sottopiani si riuniscono in una magnifica cooperazione, dove ogni termine ed ogni simbolo sembra dover entrare in gioco in un determinato momento, non prima e non dopo, quasi attori di una complessa commedia! Tutto è là per ridursi sempre più semplice, più scheletrico, più breve insomma, per ridursi a un numero solo; ma, guai a domandare il significato di quel numero a cui siamo arrivati!

Ma è inutile che io prosegua in questo esame di coscienza: è evidente che nel 2° anno quelle tali espressioni saranno complicate dall'introduzione di numeri periodici e poi soggiogate da un segno di radice quadrata, che magari dovrà essere calcolata a meno di 1/1000.

E' evidente anche che quelle tali espressioni si troveranno a un certo punto diminuite d'importanza perchè verranno a far parte, separate l'una dall'altra da un segno di divisione o d'uguaglianza, di un tutto più complesso che si chiama proporzione.

Così termina questo studio dell'aritmetica pratica e quell'aggettivo suona, forse, un po' ironico...

La linea che si segue, lo spirito che la informa sono difatti ben lontani dalle parole espresse dal programma ufficiale e dal titolo che appare sui testi che usiamo.

E se quelche volta viene proposto un problema per ravvivare la monotonia del numero astratto, si guardi che, lontani come siamo dalla realtà della vita, non capiti ai nostri ragazzi come al famoso allievo di Laisant, che risolveva tranquillo e fiducioso, senza nulla trovare a ridire sui dati e poi sul risultato, il seguente problema: « quattro operai lavorando insieme impiegano nove ore a scavare un fosso. Quanto tempo ci vorrebbe a 10.000 operai per fare lo stesso lavoro? » Si trova che ci vorrebbe un sec. e 3/10.

Questa è l'aritmetica che noi insegnamo, aritmetica che è seguita, nel 3° anno, da un corso di algebra in cui dominano gli stessi principi e lo stesso spirito. Un corso di algebra in cui sembra che la parte fondamentale sia il calcolo coi numeri relativi e quello letterale e dove le equazioni di 1° grado vengono risolte solo allo scopo d'esercizio numerico e non al fine per cui esse sono nate, cioè per facilitare la risoluzione di taluni problemi.

Voglio insistere ancora una volta sul fatto che i programmi di aritmetica e di algebra — a mio parere — vanno sostanzialmente bene, anche per soddisfare le esigenze della scuola moderna, che opportuni sono i suggerimenti ad essi preposti, e che solo varrebbe la pena di leggere quelle poche righe.

E ora passiamo all'insegnamento della geometria.

Il corso di geometria intuitiva vuol essere sia fine a se stesso, indirizzandosi a coloro che lasceranno le scuole dopo il triennio medio, sia servire da lenta preparazione al successivo corso di geometria razionale. Lo spirito di questo corso è ben diverso dal successivo: non si danno in generale, e soprattutto all'inizio, delle dimostrazioni razionali; ci si limita a fare appello all'esperienza e all'intuizione. Si segue però la stessa linea che verrà poi sviluppata nel corso di geometria razionale, cioè, sostanzialmente, l'ordine del trattato euclideo. Il professore sa il perchè di questo ordine, l'allievo l'ignora, poichè è il legame logico dei teoremi che giustifica l'ordine e questo legame non gli può venire spiegato.

Si comincia dunque il corso di geometria intuitiva con delle definizioni e dei concetti generali. Ora, non si può pretendere che un ragazzo di 11 anni possa arrivare subito a dare una definizione; non dimentichiamo che per avere una sistemazione perfetta dal punto di vista critico della geometria elementare, cioè quale la presentiamo nel suo ordine anche nel corso intuitivo, si deve arrivare alla seconda metà del secolo scorso, e che, se pure vogliamo arrestarci agli Elementi di Euclide, per arrivare a questi ci sono voluti dei secoli di lavoro pratico e intellettuale; che prima di Euclide vi è, se non altro, un Talete e un Pitagora.

La definizione e il concetto generale che noi imponiamo al fanciullo avrà per scopo di esercitare la sua memoria, non certo la sua intelligenza. Si formerà così una classe che, se anche si distingue per un esatto parlare (ma non è un parlare, è un riferire mnemonico), non sa costruire, non sa pensare, non può interessarsi nè rivivere il lavoro di secoli, perchè quello che apprende è troppo perfetto, troppo al disopra delle sue possibilità creative; una classe in cui il maestro può facilmente mettere in evidenza la sua superiorità. La classe assisterà passiva al corso di geometria.

In questo studio dunque, a differenza di quanto ho detto per l'aritmetica, il difetto è — a mio parere — nella linea suggerita dai programmi.

Una critica così feroce fatta a noi sessi, insegnanti di matematica, sarebbe priva di senso se questo non ci portasse a ripensare alla materia che dobbiamo insegnare con una maggiore serenità ed obbiettività. Ci si chiede: quale è lo scopo dell'insegnamento della matematica nella Scuola media?

Esaminiamo separatamente lo studio dell'aritmetica, dell'algebra e della geometria.

Abbiamo osservato che il corso di aritmetica che si suole svolgere non corrisponde assolutamente alle vedute dei programmi . Domandiamoci: quale è il significato e il valore dello studio dell'*aritmetica pratica* nella formazione del fanciullo? L'aggettivo pratico non va inteso — a me sembra — nel senso di dover architettare dei problemi sull'acqua versata da tre rubinetti in una vasca da bagno o su una immaginaria eredità da distribuire nella maniera più strana fra varie persone. Ogni giorno la massaia ha i suoi problemi di aritmetica, ogni giorno il datore di lavoro i suoi problemi sulla paga degli operai, ogni giorno l'uomo d'affari deve calcolare le percentuali dei titoli azionari o i cambi di valute, e il chimico i rapporti delle sostanze disciolte in una soluzione. Quanti problemi per allargare il mondo del fanciullo: gli stessi fenomeni che egli guardava prima superficialmente assumono un altro aspetto perché da una considerazione qualitativa si passa ad una quantitativa.

E sono proprio dei problemi pratici che hanno imposto la costruzione del numero. « Dio creò i numeri naturali; tutto il resto è opera dell'uomo ». Con queste parole il matematico Leopold Kronecker indicava all'umanità la linea della costruzione dell'edificio matematico. Teniamo presenti queste parole ed illustriamole ai nostri ragazzi alla luce della storia.

Raccontate loro del più antico testo di matematica, il « Papyrus Rhind », e dei problemi che vi si trovano. « Dividere tre pani fra quattro persone; quale parte di pane tocca a testa? ».

Da un problema pratico, un problema di ogni giorno, è nata la frazione anticamente; dallo stesso problema nasce oggi la frazione in un popolo arretrato che ha già maturato il concetto di numero intero, e nasce nel bambino che è ormai pratico dei numeri naturali.

E raccontate loro come alla fine del '500, quando gli sviluppi del commercio, della tecnica, dell'astronomia, portavano ad un largo uso dei numeri frazionari, e quindi a notevoli complicazioni nei calcoli, un belga, poco noto oggi fra i non matematici, Simon Stevin, ebbe l'idea geniale d'introdurre i numeri decimali; una naturale estensione della scrittura di un numero ha semplificato, abbreviato, è venuta incontro ai bisogni della vita di ogni giorno.

Per ogni estensione del concetto di numero c'è qualcosa che s'impone alla mente del ragazzo perché c'è un atto creativo dell'intelligenza umana. Ora, l'atto creativo di cui si parla all'allievo può essere oggetto di ammirazione da parte del bambino, ma rimarrebbe solo un fatto di godimento intellettuale. Non è solamente questo che deve dare un insegnamento dell'aritmetica nella media; deve dare all'allievo la curiosità scientifica, deve suscitare quell'intuizione che porta a risolvere un problema in una maniera semplice, non meccanica, lineare, snella; deve, in breve, svegliare lo spirito di scoperta. E' facile, come vedremo fra un momento, creare questo « stato di ricerca » di fronte

a una questione geometrica, ma si può trovare il modo di crearlo anche di fronte a un semplice esercizio di aritmetica.

Mi piace portare un esempio particolarmente indovinato suggerito da Emile Borel: domandate agli allievi — dice Borel — quanto fa 1/3 di 100 più la metà di 1/3 di cento. Molti ragioneranno così: 1/3 di cento è 33,3; a questo valore aggiungo la metà di questo numero. E otterranno in tal modo un valore non esatto.

Altri, dopo aver osservato che la metà di un terzo è uguale a 1/6, si proporranno di calcolare la somma delle frazioni 100/3 e 100/6.

Ma vi sarà qualcuno, forse uno solo, che, dopo aver tracciato un segmento di lunghezza qualunque, vi indicherà quale è 1/3 di quel segmento, vi farà poi vedere la 1/2 di 1/3, e arriverà immediatamente alla conclusione che il risultato è 1/2 del segmento; e quindi nel nostro caso numerico, la metà di 100 cioè 50.

L'esercizio è stato risolto generalizzandolo, poiché si è fatto astrazione dal particolare numero; è entrato in gioco l'intuizione geometrica.

Anche la risoluzione di una semplice espressione numerica diventa in tal modo un mezzo atto a formare una mente e non rimane un vuoto virtuosismo di calcolo.

Io sono convinta che, aiutati da un appoggio grafico, cioè dopo un'opportuna preparazione geometrica, si possa riuscire a far sì che, nel campo dell'aritmetica, lo spirito d'invenzione divenga non caratteristica di un solo allievo particolarmente dotato, ma sia dono di tutti.

Per quanto riguarda il corso *di algebra*, molte volte è stato discusso sull'opportunità o meno di abolirlo. Dirò brevemente che se vogliamo che questo studio sia mantenuto — e vi sono ragioni di carattere sociale in questo senso: il fatto che coloro che abbandonano la scuola dopo il triennio abbiano un utile strumento nelle loro mani — bisogna ottenere che esso non sia una copia rimpicciolita del corso che si terrà nelle classi superiori, ma che abbia un suo proprio aspetto: facciamo sì che da una parte si veda l'utilità dell'introduzione del numero relativo e del calcolo letterale e dall'altra cerchiamo che il ragazzo sia esso stesso condotto a sentire l'opportunità di introdurre le equazioni per facilitare la risoluzione di problemi.

Ma sono soprattutto le questioni geometriche che suscitano nel bambino la curiosità scientifica e creano lo spirito di ricerca. Io attribuisco perciò un particolare carattere formativo all'insegnamento della *geometria intuitiva* e ritengo che si debba dedicare a questo molto tempo fin dalla 1ª classe, cosa che in generale non si fa.

Abbiamo visto che lo sviluppo storico dell'aritmetica è dovuto alla necessità di risolvere un problema pratico: un problema che, complicandosi e generalizzandosi sempre più, ha imposto l'introduzione di un nuovo tipo di numero, o ha suggerito una nuova scrittura di numero, e quindi ha aperto un nuovo capitolo dell'aritmetica.

Portando sul piano didattico questa concezione storica dei ritorni si arriva alle vedute di Comenius sul metodo ciclico.

Ora, questo ritornare successivamente e con basi più larghe sullo stesso problema si avverte in modo ancora più marcato se passiamo al campo della geometria elementare. Mi sembra che, rimanendo sempre nell'insegnamento intuitivo-sperimentale, si possa organizzare lo studio della geometria elementare secondo una linea che segue lo sviluppo storico e che fu tracciata nel 1741 dall'originalissima opera di A. C. Clairaut, *Les éléments de géométrie*.

Ecco in breve la linea che, secondo l'idea di Clairaut, faccio seguire ai miei allievi; ne darò un breve cenno: anche ai primordi della civiltà si trova il problema, imposto dalla vita, soprattutto nelle campagne, del calcolo dell'area di un campo, di una prateria, di un recinto. E' da questo problema che nasce il capitolo dell'equivalenza e quindi — vedremo — tutta la geometria piana. Se il campo ha la forma di poligono, verrà spontaneo di dividerlo in tanti triangoli; si tratterà allora di trovare la regola per l'area di un triangolo. Ma un triangolo è la metà di un rettangolo e alla regola per l'area di un rettangolo si arriva facilmente decomponendolo in quadrati unitari (supposte, naturalmente, le dimensioni commensurabili con l'unità di misura).

Così sviluppo nelle sue linee essenziali, il capitolo dell'equivalenza. E questo studio, che conduce spesso a scomporre e a ricomporre dei poligoni, ci dà occasione di mettere in risalto la potenza del genio matematico con il Teorema di Pitagora. Devo dire che ogni anno noto come la scoperta del Teorema di Pitagora fatta dai ragazzi stessi cambi il volto della classe: occhi smorti si ravvivano, sguardi finora assenti si ridestano in un interesse che commuove e fa pensare: il ragazzo ha bisogno per interessarsi di scoprire qualche proprietà assolutamente inattesa e non evidente.

Ma, riprendiamo la linea di svolgimento: può accadere che nell'interno del campo vi sia un ostacolo (una casa, un lago ecc.) che impedisca di prendere delle misure dirette. Siamo allora condotti naturalmente al problema: costruire un poligono uguale al poligono dato in una spianata libera da ostacoli e prendere le misure su questo secondo poligono. Si apre così il capitolo dell'uguaglianza. E' qui che s'impone il concetto di angolo; e lo studio degli angoli conduce i ragazzi alla scoperta della proprietà della somma degli angoli di un triangolo, altra verità inattessa e nascosta e che, quindi, come il Teorema di Pitagora, fa sentire all'allievo la forza dell'intuizione matematica.

Ma anche un bambino comprende che la costruzione di un poligono uguale a un campo dato può essere difficile e anche impossibile per delle ragioni pratiche. Ed è proprio il bambino che ci suggerisce come cosa naturale di costruire un poligono uguale al dato, ma più piccolo; intende uguale di forma. E' così che il capitolo della similitudine nasce spontaneamente. Le applicazioni pratiche e quelle artistiche, lo stretto legame che ha con il capitolo delle proporzioni che si svolge in aritmetica, lo rendono ricco d'interessanti problemi.

Ecco così i tre argomenti fondamentali della geometria piana succedersi in ordine naturale: equivalenza, uguaglianza, similitudine.

Il centro d'interesse è il calcolo dell'area di un campo; gli sviluppi che ne seguono sono così naturali da poter suscitare nel ragazzo non solo lo spirito di scoperta al fine di risolvere un problema posto dal professore, ma addirittura quella curiosità scientifica che suggerisce i temi di ricerca. E' un viaggio nel paese della geometria, un viaggio ricco di errori e d'imprevisti, di avventure e di scoperte, un viaggio dove ognuno può essere di guida a sè stesso. E' una costruzione naturale della geometria e la linea che si segue è certamente viva perchè rappresenta il lavoro stesso fatto dall'umanità. E anche in questa linea vi è una logica.

Seguendo questo metodo, dunque, si riesce a suscitare nel campo geometrico uno spirito di ricerca. Evidentemente non è l'unica via che si può seguire: è interessante, per esempio, la linea che suggeriscono gli attuali programmi belgi per un primo insegnamento della geometria.

Qualunque metodo si segue per l'insegnamento dell'aritmetica, dell'algebra e della geometria, qualunque sia la concezione didattica, il problema fondamentale è di interessare gli allievi e questo — a me sembra — non si può ottenere, se non dando loro la possibilità di scoprire.

La scuola diventa, così, veramente attiva, perchè — caratteristica questa della matematica — l'allievo può diventare maestro, giacchè il suo interesse, il « saper vedere », il suo spirito di scoperta, non dipendono dall'istruzione, dallo studio, dalla classe sociale a cui appartiene, dalla tradizione della sua famiglia, ma solamente da lui, lui solo, dalla sua intelligenza di bambino normale.

La classe di matematica diviene un centro di studio e di ricerca per l'allievo e quindi — di riflesso — per il maestro. Il problema dell'insegnamento della matematica in una scuola media viene ad essere un problema non solo didattico ma anche scientifico. La nascita dei concetti fondamentali nella mente del bambino, l'analisi delle difficoltà e degli errori in cui spesso incorrono gli allievi, le prime tendenze scientifiche e il modo con cui si rivelano, vengono ad essere per noi insegnanti del più grande interesse, quando si esaminino alla luce della storia, delle conoscenze degli attuali popoli arretrati, e si confrontino le nostre esperienze con quelle fatte in altri paesi e con i recenti studi sulla psicologia del fanciullo.

Il campo d'indagine diventa vasto e profondo nello stesso tempo; un campo dove poco si conosce perchè poco è stato fatto: si ha veramente l'impressione di creare qualcuno e qualcosa.

Emma Castelnuovo