

Emma Castelnuovo

**L'opera didattica di
JOSÉ SEBASTIAO E SILVA**

Pochi ormai hanno tempo e pazienza per leggere articoli lunghi, e intendiamo evitarli. Ma questo vivo ricordo del grande matematico portoghese J.S. Silva meritava un'eccezione. Vorremmo che tutti riflettessero almeno sulle considerazioni finali (n. 4); ... e probabilmente poi leggeranno tutto dal principio.

1. - Qualche parola d'introduzione

Non potevo rifiutare l'invito che mi hanno rivolto gli amici portoghesi di scrivere qualche pagina sull'opera didattica di José Sebastiao e Silva: non potevo rifiutarlo per la loro gentile insistenza e per la memoria del mio grande amico. Ma, subito, mi sono resa conto di non essere all'altezza di questo lavoro: infatti, il riflettere ancora una volta sulla sua vasta letteratura riguardante l'insegnamento della matematica nella scuola secondaria mi ha fatto comprendere come, dopo tanti anni di discussione sui temi che ci appassionavano entrambi, dopo tanto lavoro svolto sotto la sua guida, io conoscevo solo in parte la sua opera didattica. La conosco ora veramente? Le pagine che ho scritto corrispondono in pieno alle sue vedute nel campo della pedagogia matematica?

Cari amici del Portogallo, quando mi capitava di scrivere un lavoro impegnativo, mi rivolgevo a lui, così come facevate voi, per una revisione, un consiglio, un completamento, ed egli era sempre generoso di suggerimenti e di idee. Oggi non lo possiamo più fare: oggi dobbiamo solo preoccuparci che la sua opera didattica venga sempre più conosciuta e sia d'incitamento soprattutto ai giovani. Mi auguro di essere riuscita con queste pagine a suscitare almeno l'interesse per rileggere i suoi scritti e riflettere ancora sul suo pensiero.

« Mi convinco sempre più — gli ho sentito dire tante volte — che le origini del pensiero matematico vanno ricercate nei problemi imposti all'uomo dalla realtà fisica. Sono dunque queste idee, è questo 'modello' che deve suggerirci la via per la costruzione di una didattica della matematica ».

E' chiaro che il significato di 'realtà fisica' muta, si evolve, si allarga in una umanità in continuo sviluppo, esposta alle più varie sollecitazioni, e che oggi è realtà, è 'concreto' quanto ieri era ancora pura astrazione. Ed è anche chiaro che i problemi che ci conducono a matematizzare non sono oggi solamente quelli legati a fenomeni fisici ma possono riferirsi alle scienze biologiche, alla medicina, alla agronomia, all'economia... e anche alla linguistica. Quando dunque passiamo al piano dell'insegnamento, non ci si deve meravigliare se quanto avevamo proposto ieri ci sembra oggi sorpassato: può accadere che i contenuti non siano più sentiti dai nostri ragazzi, o può accadere che gli stessi contenuti vadano presentati sotto altra luce al fine di mettere in risalto i legami con altre teorie o gli aspetti più significativi per le applicazioni più moderne, una luce dunque che è determinata dalla 'posizione' attuale della ricerca matematica.

Rievocare l'opera di José Silva impone un atteggiamento dinamico: non dobbiamo — a me sembra — fare uno studio critico di ogni singolo lavoro, ma, piuttosto, dobbiamo vedere un lavoro nei confronti dell'altro, lo stesso capitolo scritto a distanza di qualche anno, la stessa idea prima solo accennata e poi sviluppata e introdotta coraggiosamente nella scuola. Si colgono però, in tutti i suoi lavori didattici 'in continua evoluzione', dei punti fissi, dei temi ricorrenti che fanno da 'sottofondo' all'esposizione dei più diversi contenuti, operando un legame fra argomento e argomento: sono, da una parte, *il contesto storico-filosofico* in cui sembra svolgersi 'l'azione', e, dall'altra, la problematica imposta dalla *realtà che ci circonda*; punti, l'uno e l'altro, che obbligano a una continua dialettica e conducono quindi a seguire una determinata metodologia.

Al di sopra di questa 'tessitura', che vuole servire di sostegno e di guida ad una *costruzione induttiva*, si erigono i capitoli sulle assiomatiche dei numeri naturali o delle pro-

babilità o degli spazi vettoriali, capitoli che si propongono di far cogliere anche a un ragazzo la bellezza e la semplicità di una *costruzione deduttiva*.

Basterà fermarsi su qualche argomento per comprendere in quale modo José Silva intende suscitare negli adolescenti l'atteggiamento induttivo e quello deduttivo allo scopo di sviluppare così 'una coscienza matematica'.

E' quanto mi sono proposta di fare nella Parte 3. Questa Parte è preceduta dalla Parte 2, dove ho voluto dare un'idea della sua attività didattica nel giro di venti anni. Segue infine la Parte 4, in cui ho cercato di interpretare il suo pensiero sulla didattica della matematica alla luce di una concezione pedagogica intesa nel senso più alto.

2. - Le opere di José Silva per l'insegnamento secondario

« Ho quasi finito di scrivere il 3° volume del testo-pilota. E' stato veramente un lavoro enorme: ho voluto introdurre gli argomenti fondamentali della matematica di oggi. Questo testo differisce sostanzialmente dal mio Compendio di Algebra anche se alcuni argomenti portano lo stesso titolo; ma è tutto lo spirito che è diverso ». Così mi scriveva nel 1966.

Erano passati solo dieci anni dai suoi primi libri per le scuole secondarie (il « Compendio di Algebra » e il volume « Geometria analitica » (1)) e, se non fosse per quel modo di esporre che ci trascina, così spesso arricchito di riferimenti storici e di considerazioni filosofiche, non riusciremmo a riconoscere lo stesso autore tanto grande ne è stata l'evoluzione: un'evoluzione dovuta al fatto che l'insegnamento della matematica « deve sempre riflettere quanto di grande si è trovato oggi nel campo della ricerca scientifica ». E 'riflettere' vuole significare per José Silva 'estrarre' dai risultati più astratti quel qualche cosa di forte, di universale, capace di colpire anche l'attenzione di un adole-

(1) J. Sebastiao e Silva e J. D. Da Silva Paulo: « Compendio di Algebra », Lisboa 1956.

J. Sebastiao e Silva: « Geometria analitica piana », Lisboa 1956.

scente e atto quindi ad aiutarne la sua formazione intellettuale. E' con questo sforzo di 'concretizzazione' che egli è riuscito a presentare anche argomenti sottili. Sembrava che il Compendio di Algebra, pubblicato nel 1956, dovesse indirizzare per un lungo periodo l'insegnamento della matematica negli ultimi anni dei licei. E nel dire questo mi riferisco non solo alla critica degli insegnanti portoghesi che accolsero il volume come fondamentale sia per i contenuti che per i suoi aspetti didattici, ma anche all'appoggio che questo libro ha dato a tutti noi, insegnanti italiani. Il volume, che si apre con un lungo capitolo sull'evoluzione della nozione di numero, ci introduce ai primi concetti dell'analisi e a quelli dell'algebra classica con una esposizione piana e scorrevole resa viva dalle appassionanti pagine storiche e dai continui riferimenti alla realtà che ci circonda.

Si segue, in tutto il libro, una trattazione classica. E' solo qua e là, in paragrafi scritti in carattere minore quasi a non voler procurare turbamento negli insegnanti, che si avverte il desiderio di introdurre anche nelle scuole secondarie quei concetti e quegli argomenti che, fin da allora, erano stati portati in qualche corso universitario: ne fa fede, per esempio, un accenno alla nozione di insieme « come base di ogni pensiero e del nostro stesso linguaggio ».

Ma è inutile — ci diceva allora — pubblicare dei libri per gli allievi se, prima, non ci dedichiamo alla formazione degli insegnanti. E' così che nel 1959, sotto il titolo « Introduzione alla logica simbolica e ai fondamenti della matematica » tiene a Lisbona un corso per i professori di matematica delle scuole secondarie (1). « E' obiettivo di queste lezioni mostrare come sia facile iniziare in poco tempo qualunque persona, anche un ragazzo di 16 o 17 anni, agli elementi della logica simbolica... Vorrei, allo stesso tempo, sottolineare, per gli insegnanti, alcune nozioni di matematica moderna, in particolare di algebra astratta, che sono oggi indispensabili. I due argomenti sono strettamente collegati perché tutta la matematica moderna è inti-

(1) J. Sebastiao e Silva: « Introdução à la lógica simbólica e aos fundamentos da matematica », Lisboa 1959.

mamente penetrata dallo spirito della logica matematica ». Ma, subito, si preoccupa che quest'ultima frase non debba essere interpretata in modo 'estremista' portando così ad una visione unilaterale della costruzione matematica: « no, la matematica non è solo logica; le sue origini intuitive e le applicazioni concrete sono altrettanto importanti nell'insegnamento come la sua propria strutturazione razionale ». E' questa affermazione che José Silva terrà sempre presente nel suo testo pilota alla cui stesura ha cominciato a lavorare nel 1963. Ma è meglio, volendo seguire la sua attività didattica relativa alle scuole secondarie, e, quindi, l'evoluzione delle sue idee in questo campo, parlare dei suoi lavori in ordine strettamente cronologico: è del 1962 il suo articolo « Sull'introduzione delle matematiche moderne nell'insegnamento secondario », che ha voluto 'donare' all'Italia permettendone la prima pubblicazione su una nostra rivista (1); articolo che riproduce il Rapporto della Sottocommissione portoghese della I.C.M.E. E' un lavoro che, allora, abbiamo 'fatto nostro': ci è sembrato, infatti, allo stesso tempo deciso e prudente nell'invito a staccarsi coraggiosamente dalla tradizione e a introdurre con un giusto equilibrio nozioni e argomenti di matematica moderna. Ecco gli argomenti che dovrebbero costituire l'anima di un corso di matematica per le scuole secondarie superiori: nozioni di logica matematica; nozioni della teoria degli insiemi e delle relazioni; nozione generale di applicazione (o funzione); trasformazioni geometriche da un punto di vista gruppale; statistica e calcolo delle probabilità. « Quest'ultimo argomento — dice — varrebbe ad opporre al blocco 'logica deduttiva' un blocco 'logica induttiva' ».

Ma si tratta ancora di idee vaghe, di rapide intuizioni didattiche, di progetti abbozzati e poi abbandonati e poi ancora, in parte, ripresi, perché temeva sempre che gli argomenti apparissero ora troppo schematici ora troppo prolissi, e poi « manchiamo ancora di esperienza per poterci pronunciare più concretamente ».

(1) J. Sebastiao e Silva: « Sull'introduzione delle matematiche moderne nell'insegnamento secondario », *Archimede*, Roma, 1962.

E' solo dopo un anno che il Portogallo, impegnato anche esso nel Progetto O.C.D.E., affida a José Silva la stesura del testo per le classi-pilota. Ed è dal 1963 al 1966 che egli dedica a questo lavoro didattico una grande parte del suo tempo.

Si tratta di tre volumi, il primo per il penultimo anno dei licei e il secondo e il terzo per l'ultimo anno; questi volumi sono accompagnati da due « Guide didattiche » per facilitare il compito degli insegnanti (1).

Per dare un'idea della materia trattata ne trascrivo qui gli indici, volume per volume:

Volume 1°

Introduzione alla logica matematica. La logica in termini di insiemi. Numeri interi e calcolo combinatorio. Funzioni di una variabile. Operazioni binarie; gruppoidi. Anelli e corpi. Numeri complessi. Algebre di Boole. Introduzione alla statistica e al calcolo delle probabilità.

Volume 2°

Introduzione al calcolo differenziale: Calcolo numerico approssimato. Teoria dei limiti di successioni. Limiti di funzioni di variabile reale. Derivate.

Introduzione al calcolo integrale.

Teoria deduttiva dei numeri naturali.

Volume 3°

Introduzione al calcolo vettoriale. Numeri complessi in forma trigonometrica. Trasformazioni affini e applicazioni lineari. Rappresentazione analitica delle applicazioni lineari e delle trasformazioni affini. Algebra delle applicazioni lineari e algebra delle matrici.

Come ho già detto, è nella Parte 3 che ho cercato di mettere a fuoco i punti caratteristici di questi volumi, che costituiscono fuori dubbio un'opera che si stacca net-

(1) J. Sebastiao e Silva: « Compendio da Matematica », texto piloto editado pelo Ministerio da Educação Nacional cum cooperação da O.C.D.E.; vol 1, 2, 3. « Guia para a utilização do Compendio de Matematica » vol. 1, 2. Lisboa, 1964-'66.

tamente, per originalità di contenuti e di metodi e per l'ampiezza di vedute e di interessi, dalle tante dedicate alla scuola.

Per José Silva questi volumi presentavano ancora delle lacune e delle 'debolezze' didattiche; il suo desiderio era quello di rielaborarli e di farne un'edizione dedicata a tutti, non solamente alle classi-pilota. Questo desiderio di poter aiutare gli insegnanti e gli allievi delle scuole secondarie, egli lo ha sempre sentito come un dovere, un impegno a cui non ha voluto sottrarsi neppure nell'ultimo periodo della sua vita. E' proprio in quest'anno 1971-72 che è riuscito a istituire presso la Facoltà di Scienze di Lisbona e di Porto un corso di pedagogia matematica destinato agli studenti che intendono dedicarsi all'insegnamento, un corso che ha diretto con tutta la sua passione dal suo letto di ospedale.

3. - La realtà alla base dell'origine del pensiero scientifico e dell'insegnamento della matematica

« E' necessario che prima o poi i ragazzi chiariscano le loro idee su uno degli aspetti fondamentali della matematica: quello dei suoi rapporti con la natura ». Così scrive nella « Guida » relativa al volume 1° del Testo pilota. Con questa frase, che sentiamo dominare gran parte del suo lavoro didattico, José Silva apre un lungo discorso sul tema che più lo appassionava, « le origini del pensiero scientifico », un tema che i giovani dell'Università di Lisbona degli anni 1968-'69 e '69-'70 hanno avuto la fortuna di ascoltare dalla sua voce nelle lezioni del Corso « Storia del pensiero matematico ».

Ora, nella « Guida », suggerisce agli insegnanti di imbastire un dialogo con i loro allievi. Si può ad esempio — dice — essere condotti a questo dialogo in modo 'naturale' a partire dai primi elementi di geometria analitica: è infatti la corrispondenza 'punto della retta e numero' o 'punto del piano e coppia ordinata di numeri' che porta a riflettere sul punto come entità priva di dimensioni. « Ma allora — chiede agli allievi — questi enti geometrici sono solo una pura creazione della fantasia umana? ». Ci sem-

bra di vedere José Silva fra i banchi di una classe: lo vediamo quando, giovanissimo, aveva ottenuto qualche ora presso licei privati e la sua passione per l'insegnamento era esplosa a contatto di allievi che avevano quasi la sua età. Sembra rivivere in quelle pagine le lunghe discussioni animate dove tutti potevano esprimere il loro pensiero e dove, proprio attraverso il dialogo, si affinava a poco a poco nei ragazzi il senso delle cose: la geometria da una parte, retta da assiomi e da definizioni, e, dall'altra, gli oggetti reali che non soddisfano a quegli assiomi e a quelle definizioni, ma che vengono però costruiti dall'uomo in accordo con le leggi della geometria euclidea. « La geometria sembra allo stesso tempo essere e non essere applicabile al mondo fisico ». Questa frase, pronunciata in classe, suscita commenti, provoca reazioni e discussioni a non finire. E' a questo punto che il professore interviene con un'altra affermazione che appare ancora più oscura: « si vede così come la logica bivalente (1) (una proposizione o è vera o è falsa) non basti: è necessario sostituire il concetto di vero con quello di approssimativamente vero ».

Questo discorso si può chiarire solo inserendolo in un contesto a carattere storico-filosofico: è *la storia del pensiero scientifico* che deve fare da sfondo a questo dialogo appassionante. Bisogna rifarsi — dice nei suggerimenti ai professori — alle due correnti filosofiche dell'antica Grecia, quella degli empiristi e quella dei razionalisti, e occorre sottolineare ai ragazzi che, nonostante l'influenza lungimirante di Aristotele, la scienza greca rimane « una scienza di riposo e di equilibrio: geometria e statica ». Si deve arrivare a Keplero e a Galileo perché la matematica cominci ad occuparsi dello studio dei movimenti e perché, dunque, una nuova matematica sorga, quella basata sul concetto di funzione. Sono i fenomeni naturali (il moto dei pianeti e quello dei gravi) che hanno ispirato queste nuove teorie matematiche; teorie che, divenute 'più forti' nel seno della matematica, sono riuscite poi a spiegare altri fenomeni del mondo in cui viviamo. Ma le formule che esprimono le leggi

(1) Questo argomento è sviluppato a lungo nel Volume 1 del *Compendio di Matematica*.

naturali hanno solo un valore d'approssimazione e la matematica, a cominciare dalla geometria, non è che una descrizione idealizzata del mondo empirico. Ora, sono proprio le contraddizioni che sorgono fra teoria e pratica, fra astratto e concreto, che valgono a perfezionare la teoria rendendola più vicina alla realtà.

Mi sono 'staccata' da una critica sul piano didattico e mi trovo ad aver allargato molto il mio discorso. Ma questo è *il suo discorso*. « E' attraverso un dialogo di questo tipo — ci ha detto tante volte — che potremo sviluppare nei ragazzi il senso della storia del pensiero scientifico indirizzandoli in modo naturale verso nuovi campi della matematica ». Ecco infatti che la domanda che ci aveva condotto a questa discussione — « può o non può la geometria applicarsi al mondo fisico? » — ci fa giungere alla conclusione: « sì, lo può ma solo in modo approssimato ». Una risposta, questa, che non deve essere considerata come una conclusione ma deve invece, con gli interrogativi che ci pone — « che cosa significa approssimare? », « fino a quale punto? », « con quali metodi? » —, essere assunta come punto di partenza per nuove teorie. E' così che, in modo davvero naturale (perché è la natura stessa delle cose che lo impone), José Silva ci fa 'sfociare' in due grandi capitoli: *il calcolo delle probabilità e il calcolo infinitesimale*.

Il capitolo « Introduzione alla statistica e al calcolo delle probabilità », inserito nel 1° Volume, è fuori dubbio uno dei più ricchi e dei più vivi del suo testo pilota. José Silva non era un probabilista (1), ma quel lungo capitolo indirizzato ai ragazzi porterebbe a pensare che l'autore fosse specializzato in materia tanto è riuscito a scegliere e a fare il punto su quegli argomenti che segnano le tappe decisive nella breve storia della statistica e del calcolo delle probabilità. Siamo trascinati dalla lettura di un centinaio di pagine: siamo stati condotti a questo studio per-

(1) Aveva tenuto un corso di Calcolo delle probabilità presso l'Istituto Superiore di Agronomia per alcuni anni a partire dal 1954-'55. Queste lezioni sono raccolte nel volumetto a dispense « Calculo das probabilidades », Associação dos estudantes de agronomia, Lisboa 1955.

ché la logica bivalente, con il suo vero e il suo falso, non era sufficiente per spiegare i fatti della realtà circostante; viene quindi naturale di partire dalla stessa logica degli attributi, o da quella equivalente degli insiemi, per « inserirla » nella vita quotidiana. Basta una parola per fare questo passo: basta sostituire al termine « universo » della teoria degli insiemi l'altro, di identico significato, 'popolazione' perché quest'ultimo termine evochi anche nella mente di un ragazzo una quantità di fatti e di eventi che si verificano giornalmente e che, fino ad allora, aveva considerato come del tutto estranei alla matematica. Si entra così nel mondo della statistica e della probabilità, un mondo misterioso fin quando non è conosciuto, tanto da essere fonte di superstizioni e di false interpretazioni. Ed è proprio per combattere sciocche credenze, per liberare lo spirito da drammi ancestrali che questo insegnamento ha un insostituibile valore formativo. E' solo la matematica — sembra si voglia dire in ogni pagina del capitolo — che può condurci a vedere obiettivamente la realtà: è la consapevolezza del passato, resa chiara attraverso dati statistici, che deve aiutarci a gettare sul futuro uno sguardo sereno.

Sempre prendendo a base la logica degli attributi o quella degli insiemi vengono scoperte le proprietà più significative della frequenza, e, attraverso tanti e vari esperimenti, si è condotti in modo spontaneo a parlare di probabilità e a parlare di una logica degli eventi invece che di una logica degli attributi o degli insiemi.

E' solo più tardi che veniamo portati a riflettere sulla domanda « che cosa significa probabile? » e a comprendere che per poter bene applicare il concetto di probabilità occorre 'stringerlo' entro regole (« che si chiamano assiomi ») che permettano di ragionare logicamente sul concetto stesso. E' la prima volta che al ragazzo si parla di assiomi, ma questo termine viene introdotto in modo del tutto naturale, quasi 'scivolando' sulla parola stessa. Si costruisce così, ispirandosi alla nozione empirica di frequenza, un'assiomatica delle probabilità. Dal punto di vista didattico è questo un momento estremamente importante: come è noto, il comprendere a fondo un'assiomatica, esige dai ragazzi uno spirito molto maturo; qui, a proposito dell'assiomatica

della probabilità, riesce più facile coglierne il senso piuttosto che a proposito dell'assiomatica relativa a una geometria o a un insieme numerico, perché gli assiomi sono in un certo senso 'più eccitanti' e gli allievi stessi possono suggerirli in base ai tanti esperimenti prima sviluppati. Ed è bello che i ragazzi trovino nello stesso capitolo, assieme ad una quantità di esempi tratti dai più vari campi della scienza (dalla genetica alla moderna teoria delle assicurazioni), la costruzione di una teoria assiomatica.

L'argomento « Analisi infinitesimale » (che è sviluppato nel 2° Volume) è anch'esso strettamente legato ai problemi imposti dalla realtà: è, come ho detto prima, uno degli 'sbocchi' del calcolo approssimato.

« L'analisi infinitesimale è il ramo della matematica che ha la maggiore importanza nelle applicazioni alle scienze della natura, ed è proprio per questa ragione che è il più esteso, il più ricco, il più fecondo... Non è quindi da meravigliarsi che la sua esclusione completa dai programmi, in base alla riforma del 1936, abbia prodotto gravi perturbazioni in tutto l'insegnamento delle materie scientifiche ». Così scriveva nel 1951 (1), compiacendosi che con la riforma del 1948 tale insegnamento fosse stato ripristinato vincendo le resistenze di chi continuava a protestare affermando che non si potevano sviluppare bene nell'insegnamento secondario degli argomenti così delicati come quello di infinitesimo o di derivata. « Che si tratti di concetti delicati — continua in quell'articolo — nessuno lo può contestare, ma che siano inaccessibili a ragazzi di 15 o 16 anni dovremmo vederlo... Teniamo presente che l'effetto delle grandi idee creatrici su una giovane mente è come l'aria forte di montagna che prima stordisce ma poi stimola e rinforza ». E' il seme che si deve gettare presto per poi « aspettare la germinazione delle idee che solo il tempo e una sana pedagogia potranno portare a buon termine ». Perché non è la teoria compiuta e perfetta che dobbiamo presentare ai ragazzi ma è la prima intuizione che dobbiamo far loro

(1) « A análise infinitesimal no ensino secundario », *Gazeta de Matematica*, 1951.

cogliere, e il nostro dovere è di cominciare col far loro comprendere « in prima approssimazione ». « Perché la matematica non è solo logica; la matematica è un prodotto umano, intimamente legato alle necessità dell'uomo, alla sua esistenza su questo pianeta ».

Occorre « gettare il seme », aveva detto. Questo 'seme', questo indirizzo genetico lo sviluppa appunto nei quattro capitoli dedicati all'analisi. Proprio come aveva fatto prima a proposito della probabilità, parte anche ora da osservazioni di carattere qualitativo, suscitate dai più vari problemi (dalla fisica all'agraria), per poi passare a indagini quantitative, sorrette da tabelle e da grafici: viene in tal modo data una grande importanza al calcolo numerico approssimato che fa da preludio al successivo capitolo sui limiti, base di tutta l'analisi infinitesimale. E' solo dopo questo lungo 'approccio concreto' che la teoria dei limiti verrà svolta con tutto il moderno rigore logico. Ma, anche al termine di questa trattazione assiomatica, vuole riportare i giovani 'alla realtà dei fatti' suscitando il loro interesse verso sempre più larghi campi di applicazioni, e facendoli riflettere sul continuo alternarsi dei contributi offerti alla matematica dalla suggestione del concreto e, viceversa, di quelli che le teorie matematiche danno alla risoluzione di sempre più complessi problemi tecnici.

Sono andata finora sfogliando i primi due volumi del testo pilota e le relative guide, e mi sono fermata su quei capitoli che mi sono sembrati particolarmente originali come presentazione didattica. Chiedo scusa al lettore se nella mia esposizione non ho seguito il testo pagina per pagina: mi è infatti accaduto che nel rileggere questi volumi mi sono venuti alla mente altri lavori di José Silva e, soprattutto, ho avuto sempre presenti le nostre interminabili conversazioni didattiche.

La trattazione del 3° Volume (che si collega ad un capitolo sulle strutture algebriche svolto nel 1° Volume) sembra in qualche modo contrastare con quella dei due precedenti in cui era sempre presente il binomio 'concreto-astratto'. José Silva si lascia ora trasportare in piena astrazione, ma è, forse, per la natura stessa delle cose: dopo aver introdotto la struttura di spazio vettoriale, ne fa sentire tutta la gran-

diosa portata basando su questa la trattazione delle trasformazioni affini, delle similitudini e delle isometrie. Lo spazio vettoriale viene così ad essere 'il concreto' su cui quelle trasformazioni affondano le loro radici.

Nella seconda parte del volume sente il bisogno di far gustare agli allievi un livello ancora più alto di astrazione: è portato così a parlare di spazi affini ad n dimensioni (argomento, questo, che lo conduce a dare un'idea dello spazio-tempo di Minkowski) e dell'algebra delle applicazioni lineari e delle matrici.

Ho detto che la trattazione di questo volume contrasta con quella dei volumi precedenti per un eccessivo, a mio parere, distacco dal concreto. José Silva era perfettamente conscio di queste manchevolezze: mi diceva che non solo consigliava i professori a tralasciare la seconda parte, ma che, anche, li invitava a svolgere la prima (relativa agli spazi vettoriali e agli spazi affini) cercando, ove possibile, di appoggiare l'attenzione degli allievi su 'oggetti' concreti. Anche su questo terzo volume avevamo parlato recentemente: si proponeva di rielaborarlo in modo da mettere maggiormente in luce 'il concreto', dovesse questo concreto fungere da inizio o da conclusione. E ben sappiamo che ne sarebbe stato capace perché una delle caratteristiche intellettuali di José Silva era proprio questa: egli era capace di valersi dei concetti e dei procedimenti più astratti al fine di risolvere problemi di carattere tecnico, applicativo; problemi di cui sempre più sentiva il fascino, e di cui avvertiva, sul piano didattico, tutto il valore formativo (1).

4. - L'insegnamento della matematica nel quadro di una pedagogia generale

« Se vogliamo che l'insegnamento della matematica sia autenticamente vivo e fecondo dobbiamo presentare una scienza che si fa e non una scienza già fatta ».

(1) E' interessante tener presenti le sue osservazioni sullo scarso interesse che spesso manifestano i professori nelle riunioni internazionali promosse dall'O.C.D.E. nei riguardi, sul piano didattico, dei problemi di matematizzazione (Guida, 2; pag. 4-5).

« Una trattazione di tipo espositivo classico, diametralmente opposta al metodo euristico, permetterà all'allievo di conoscere la matematica solo 'dal di fuori', e non gli darà mai l'impressione di poter egli stesso collaborare alla costruzione di questa scienza, perché si viene in tal modo a nascondere la genesi delle idee ».

« Dobbiamo sempre tener presente che è l'intuizione che precede generalmente la logica nel processo di creazione matematica. E l'insegnamento deve rispettare questo ordine se non si vuole soffocare nell'allievo lo spirito di ricerca, obbligandolo ad ammirare passivamente (o a detestare) una costruzione finita e perfetta ».

« E' bene non dimenticare che l'estremo rigore logico, invece che formativo, può diventare pericolosamente deformatore, creando inibizioni a volte insuperabili, se non è preceduto da una intelligente motivazione intuitivo-concreta e se non è equilibrato da continue suggestioni offerte dai processi di matematizzazione ».

Dichiarazioni di questo tipo, con diverse sfumature e accompagnate da continue esemplificazioni didattiche a proposito dei più vari argomenti, si trovano in tutti i suoi libri e in tutti i suoi articoli riguardanti l'insegnamento della matematica. Qualche volta le sue espressioni si fanno più forti, più decise: « Come avrai capito dal mio testo pilota — mi scriveva nel '67 — io tento di combattere certe tendenze dogmatiche, anchilosanti, dell'insegnamento moderno della matematica. L'intuizione e tutta la preziosa tessitura euristica vengono oggi da molti addirittura ignorate e soppresse col più freddo atteggiamento dogmatico. Storia, dialogo, dialettica non esistono più e lasciano il campo a una pianura bourbakista sterilizzata e sterilizzante, quando si tratta d'insegnamento ».

Una frase dello stesso tenore mi consigliava di scrivere pochi mesi fa nella presentazione di una nuova edizione italiana del libro di Courant e Robbins 'Che cosa è la matematica?': « Solo un insegnamento come lo preconizzava il Courant, fedele alle geniali idee di Hilbert, e non certo la manipolazione di formule e nemmeno l'astrattezza, ugualmente meccanicizzante, di alcuni orientamenti didattici attuali tendenti a isolare completamente la matematica dalla

realità, può far comprendere che cosa sia la matematica ».

Quante volte, poi, abbiamo sentito queste parole dalla sua stessa voce! Ci diceva che queste idee, che con tutta la sua passione cercava di trasmettere ai giovani, lui, a sua volta, le aveva profondamente comprese a contatto con uomini della forza di Bento Caraça, di Federigo Enriques e di Guido Castelnuovo.

Egli aveva sentito, fin da allora, che l'indirizzo trasmessogli da questi maestri era ben più di un consiglio didattico: quell'indirizzo voleva significare una via chiara e onesta nella ricerca scientifica, voleva sottolineare il compito dello scienziato nella società in cui viveva, voleva fare il punto contro lo specialismo scientifico e mettere in luce i pericoli del distacco fra l'élite intellettuale e la classe dei lavoratori. Ecco le parole dei maestri che José Silva aveva sempre presenti:

« E' ormai passata l'epoca in cui gli uomini di scienza nascondevano le tracce del proprio cammino; la nostra generazione considera giustamente come un dovere di rendere chiaro in ogni opera scientifica il sistema delle idee costruttive », Federigo Enriques, 1915.

« Epoca singolare la nostra: assistiamo a manifestazioni della più alta creazione scientifica..., e, contemporaneamente, assistiamo alla distruzione metodica, sistematica, scientifica dell'umanità... Ma non è per questo che noi, uomini di scienza, dobbiamo ritirarci dalla lotta per una società migliore », Bento Caraça, 1941.

« E' questo il torto precipuo dello spirito dottrinario che invade la nostra scuola. Noi vi insegnamo a diffidare dell'approssimazione, che è realtà, per adorare l'idolo di una perfezione che è illusoria... I padri ci affidano i loro figli perché ne formiamo degli uomini atti a comprendere la vita di cui oggi vivono le nazioni, e a parteciparvi... Non vi è modo migliore per raggiungere questo scopo che accostando ad ogni passo la teoria all'esperienza, la scienza alle applicazioni », Guido Castelnuovo, 1912.

A questi maestri egli riandava spesso col pensiero, e il periodo vissuto a Roma nei tristi anni della guerra era per lui una continua fonte d'ispirazione. Ecco quanto mi scriveva, a proposito di quel periodo romano, tre anni or-

sono: « Mi è stato chiesto da un collega americano come mai sono riuscito ad essere così personale, così indipendente, così diverso dagli altri. Se questo giudizio fosse vero, allora direi che sono diventato così soprattutto a Roma, in quell'ambiente saturo di bellezza e di tragedia, a contatto con persone veramente libere e intelligenti e umane. Sto forse diventando ambizioso, ma vorrei, un giorno, scrivere le mie memorie su quegli anni passati a Roma. Ma ne avrò mai il tempo? Ho l'impressione di essere come 'un condannato a morte', ma non ci devo pensare ».

« Il tempo è adesso per me la cosa più preziosa del mondo — così scriveva nel febbraio del '72 —: devo utilizzare nel modo migliore i giorni che mi restano ».

Questo è José Silva: è difficile dire se la sua statura morale superava la sua tempra intellettuale.

Nell'insegnamento della matematica, scopo e fulcro deve essere una comprensione ricca e viva della presenza e della funzione della matematica in ogni tipo di problemi, e non — di per sé — la conoscenza di singole teorie e argomenti. Questa pure occorre, ma solo per la necessità di precise esemplificazioni e per l'opportunità che esse coprano il campo delle esigenze più consuete.

BRUNO DE FINETTI, (da « La matematica e il profano » in *Scuola e Città*, 1965, fasc. su « Matematica moderna e scuola »).



La matematica è lo studio di ciò che risulta vero in situazioni ipotetiche delle cose. Questa è la sua essenza e definizione.

Charles S. Peirce
(*The Essence of Mathematics*, 1954)