

RICERCHE DIDATTICHE

LA DIDATTICA DELLA MATEMATICA

*I. Polini M. Nicolet
prof. 27*

19-20

a cura del MOVIMENTO CIRCOLI DELLA DIDATTICA

ANGELO SIGNORELLI EDITORE - ROMA

RICERCHE DIDATTICHE

RIVISTA MENSILE

CONSIGLIO DIRETTIVO: Attilio Frajese - Aldo Agazzi - Giovanni Gozzer - Carlo Perucci - Giuseppe Spezzaferro - Camillo Tamborlini - Umberto Tomazzoni - Cesarina Checcacci: *redattore* - Gesualdo Nosengo: *responsabile*

Abb. per l'anno 1962 L. 500 - Un numero L. 100 - Questo numero L. 200 - Versam. in c.c.p. 1.2976 intestato a:
Angelo Signorelli - Via degli Astalli 14a - Roma

DIREZIONE-REDAZIONE: Roma, Via Pirro Ligorio, 3.

AMMINISTRAZIONE: Roma, Libreria Angelo Signorelli, Via degli Astalli 14a

SOMMARIO

Secondo tempo nello studio della didattica della matematica - Preside Ruggero ROGHI pag. 1

PARTE I - I PROBLEMI

La matematica nella cultura e nella formazione dei giovani - Prof. Luigi CAMPEDELLI dell'Università di Firenze » 3

Rapporto tra pedagogia generale e didattica della matematica - Proff. Gesualdo NOSENGO e Ruggero ROGHI » 11

Il rigore matematico nelle diverse età - Prof. Attilio FRAJESE Presidente del M.C.C. » 17

La scuola americana - Prof.ssa Carlotta PATERNA » 24

I films di geometria di Jean Louis Nicolet - Prof.ssa Emma CASTELNUOVO . . . » 27

PARTE II - L'OPERA DEL M.C.D. PER LA DIDATTICA DELLA MATEMATICA . . . » 30

I - ESPERIMENTAZIONI DIDATTICHE NELLE SCUOLE PER ALUNNI DI 11-14 ANNI » 31

Lavoro a squadre e esercizi personali » 31

Esperienze di attivismo in I media - Prof. Liliana ARTUSI » 33

Didattica della geometria: costruzione, sperimentazione, intuizione e ragionamento. Prof. Ofelia LUCIANO CAPONE » 36

La didattica degli elementi fondamentali della matematica in una I classe di scuola secondaria - Prof.ssa Maria Antonietta BARBARESCHI FINO » 38

Spunti per un insegnamento attivo della scuola media - Prof. Salvo D'AGOSTINO » 39

Discussione » 41

II - ESPERIMENTAZIONI DIDATTICHE NELLE SCUOLE PER ALUNNI di 15-19 ANNI

Didattica della geometria: la lavagna rotonda e girevole - Prof. P. Giorgio ZOLDAN » 42

Intuizione e riesame critico e storico: la teoria delle parallele nella penultima classe di liceo - Prof. Vincenzo VITA » 44

Qualche osservazione sul programma di matematica nel Liceo Classico - Prof. Salvo D'AGOSTINO » 47

PARTE III - LA DICHIARAZIONE CONCLUSIVA » 50

Necrologio di Fabio CONFORTO » 55

L'abbonamento può avere inizio da qualsiasi numero. Esso dà diritto a ricevere SEI numeri della Rivista.

vorare con più impegno e un po' più rapidamente. L'insegnante appassionato costituisce dei clubs per i più volenterosi e incoraggia la ricerca e lo studio individuale; sono molti i ragazzi che si sentono già maturi per studi più seri.

Negli ultimi giorni di scuola vengono invitati rappresentanti di varie forme di lavoro, dall'ingegnere al commerciante. Ciascuno espone ai ragazzi dell'ultimo anno i vantaggi, la bellezza e le difficoltà del proprio lavoro in modo che gli alunni che stanno per lasciare la scuola media siano al corrente di tutte le forme di attività alle quali si possono dedicare e siano illuminati a scegliere con consapevolezza la propria carriera.

In uno dei 48 Stati Americani ho assistito alla scelta dei libri di testo. Del Board of Education fanno parte alcuni consulenti per le varie materie e un incaricato dei libri di testo.

Un autore che sentisse il desiderio di scrivere un libro di testo, può farlo stampare a sue spese, ma non può assolutamente farlo adottare. Egli lo presenta al Board of Education e l'incaricato, con l'aiuto del consulente specializzato lo esamina, lo approva o no.

Ogni cinque anni, nel mese di gennaio si riuniscono i rappresentanti delle diverse scuole dello Stato, formando commissioni secondo le varie materie. Queste Commissioni sono presiedute dall'Assistant Commissioner e dall'incaricato dei libri di testo. Ognuna deve redigere una relazione riguardante il libro di testo adottato negli ultimi cinque anni e giustificare il proposito di riadottarlo o meno per altri cinque anni.

La Commissione non può proporre il titolo di un nuovo testo, si limita a chiedere che il vecchio venga sostituito. Gli insegnanti non hanno testi in esame, vien loro distribuito un foglio dove sono indicati con un segno, in corrispondenza a ciascuna materia, se esistono, i libri di nuova pubblicazione.

In base alle relazioni raccolte, l'Incaricato dei libri di testo, assistito dai vari consulenti, decide se il testo va cambiato o meno e, in tal caso, quale sarà il nuovo testo da adottare.

Dopo tali decisioni si stipula il contratto con la Casa Editrice del testo, sia o no stato cambiato, per l'acquisto di un certo numero di esemplari che vengono distribuiti agli alunni, mentre i vecchi vengono tutti ritirati. I nuovi volumi restano in uso per cinque anni, passando ogni anno da un alunno all'altro. Gli alunni hanno l'obbligo, dentro i limiti del possibile di mantenere il testo avuto in uso nelle migliori condizioni.

Un sistema così rigido non può piacere alla nostra mentalità che vede nell'insegnamento un'arte personale che ha il diritto di servirsi dei mezzi che ritiene più adatti, ma penso che l'esame dei testi fatta da una Commissione di insegnanti costretta a darne relazione scritta e concorde, perciò obbiettiva, debba portare a un più grande senso di responsabilità nel giudizio e a uno studio più accurato di ciò che si mette in mano ai nostri alunni.

CARLOTTA PATERNA

I films di geometria di Jean Louis Nicolet

« Il metodo scientifico — dice Poincaré — consiste nell'osservare e nello sperimentare; se lo studioso disponesse di un tempo infinito, non ci sarebbe che dirgli: guarda e guarda bene; ma siccome non c'è il tempo di guardare tutto e soprattutto di guardare bene tutto, e siccome è meglio non guardare che guardar male, è necessario che egli faccia una scelta... Scoprire vuol dire scegliere. Ma l'espressione, forse, non è troppo esatta; fa pensare a un compratore cui si presenti un grandissimo numero di campioni da esaminare uno dopo l'altro in modo da fare una scelta. Qui i campioni sarebbero così numerosi che una vita intera non basterebbe ad esaminarli. Non è così che accade: le combinazioni sterili non si presenteranno alla mente dell'inventore ».

Le combinazioni sterili, di cui parla il Poincaré nell'opera « Science et méthode », si presentano invece all'uomo, all'allievo comune anche se intelligente. Come scegliere fra i tanti i campioni utili? come far sì che delle figure geometriche parlino anche a chi non è particolarmente dotato? come scorgere un legame fra proprietà apparentemente distinte che sono invece vicinissime, anzi che spesso si fondono in un'unica legge matematica? come educare a « guardare e guardar bene »?

Molte delle difficoltà che il ragazzo incontra nello studio della geometria elementare provengono proprio dal passaggio da argomenti ad altri che sembrano distinti e che gli richiedono quindi uno sforzo di comprensione e di memoria, uno sforzo di adattamento. E' che noi ci lasciamo portare, alla maniera di Euclide, dal gusto del fra-stagliamento.

L'idea geniale di Poncelet non appare nel nostro corso: sembra quasi che non si abbia il coraggio di toccare la perfetta bellezza statica del trattato euclideo introducendo nella scuola quel movimento che è dato dal principio di continuità: « le proprietà di una figura rimangono valide anche se la figura varia e si deforma in modo continuo, pur di tener conto di particolari modificazioni, per esempio di elementi che da reali possono diventare immaginari, di grandezze che possono diventare nulle o negative ».

Ora, in una classe attiva, l'allievo deve essere posto « in stato di ricerca »; non è quindi la perfezione statica che deve informare l'insegnamento. E io penso che il principio di continuità possa dare ad un corso di geometria elementare quella spinta creativa che ha dato e che dà nel campo della geometria algebrica.

Ma, come passare da una figura all'altra, come far muovere i vari elementi in modo visivo ed elementare? come, insomma, realizzare le variazioni di una figura per gradi insensibili in modo che anche un ragazzino possa cogliere e tener presenti ad un tempo le condizioni iniziali, gli stati successivi e le particolari modificazioni?

E' questo problema e quest'idea che sembrano avere ispirato e guidato Jean Louis Nicolet (1) nel suo lavoro dei films di geometria.

Mi fermerò ad analizzare uno dei suoi disegni animati perchè penso che basti un esame critico di uno solamente per comprendere lo spirito di tutto il lavoro.

Il titolo del film è « segmento visto sotto angolo dato ». Quest'argomento costituisce la preposizione inversa di quella trattata da Euclide e che negli « Elementi » forma le preposizioni 21 e 32 del Libro III con gli enunciati seguenti:

prep. 21 — « Nel cerchio angoli inscritti nel medesimo arco sono uguali »;

prep. 32 — « Se una retta tocca un cerchio e al punto di contatto si conduce una retta che seghi il cerchio, gli angoli che questa forma con la tangente sono uguali agli angoli inscritti negli archi opposti ».

Negli « Elementi » e così nel nostro insegnamento vengono completamente distinti i casi dell'angolo formato da due secanti alla circonferenza e dell'angolo formato da una tangente e da una secante per il punto di contatto.

Il teorema inverso — cioè l'argomento del film — non è esplicitamente enunciato in Euclide ma si trova invece nei comuni testi scolastici. La dimostrazione è un po' lunga ma non difficile.

(1) J. L. NICOLET, professore di matematica in un liceo di Losanna, si dedica da anni a questo lavoro dei cartoni animati di geometria. I suoi films sono prodotti dalla Casa Cinematografica Inglese: Data, 21 Soho Square, London, W.1.

Esaminiamo il film di Nicolet: sullo schermo appaiono successivamente un segmento, un punto fuori della retta del segmento, un angolo, l'angolo formato dalle semirette congiungenti il punto dato con gli estremi del segmento.

Vi è un detreminato angolo, ma — ci dice la figura mobile che sembra tradurre sullo schermo le parole di Poincaré — « guarda e guarda bene! » non vi è solo il punto che per primo appare sullo schermo da cui il segmento è visto sotto quel determinato angolo. Osserva, ve ne è anche un altro e un altro ancora, ve ne sono moltissimi di punti; e, guarda bene, si possono anche considerare dei punti posti dall'altra parte del piano rispetto alla retta del segmento, punti simmetrici dei primi, e anche gli estremi del segmento: l'angolo formato dalla corda e dalla tangente in esso alla circonferenza viene messo in particolare evidenza.

Vi sono infiniti punti; dove si trovano? Su un arco di circonferenza che ha per corda quel segmento, anzi due archi di circonferenza.

Gli angoli spariscono dallo schermo, sparisce anche la corda; rimangono i due archi che formano un'unica curva.

Questo ci dice la figura, che sembra parlante, ma il film è muto come tutti i films di Nicolet.

Anche chi è estraneo al campo della matematica viene colpito da questo passaggio naturale da una figura all'altra, da questo successivo completarsi del disegno, dalla disposizione dei vari elementi geometrici.

Sullo schermo nasce una vera, riposante armonia. « Quell'armonia che — come dice Poincaré — è insieme una soddisfazione per i nostri bisogni estetici e un aiuto per la mente che essa sostiene e guida. E, nello stesso tempo, mettendo sotto i nostri occhi un tutto bene ordinato, essa ci fa presentire una legge matematica ».

Ma, — si potrà e si dovrà dire — questa non è una dimostrazione! E' vero: il film di Nicolet non sostituisce la dimostrazione, non vuole sostituire la dimostrazione; non è del resto la dimostrazione che presenta in generale delle difficoltà, la difficoltà sta nell'intuire, nel cogliere una data proprietà.

E allora, quale è il contributo dato dal film, quale il suo scopo? Mi sembra che le osservazioni che sorgono dalla veduta dinamica della proprietà in questione si possano raccogliere nei seguenti numeri:

1) un punto muovendosi sempre soggetto a quella data condizione, genera una curva;

2) questa curva è simmetrica rispetto ad una retta, la retta del segmento da cui siamo partiti;

3) « sembra » che i due archi uguali di cui è formata la curva siano archi di circonferenza;

4) questi archi passano anche per gli estremi del segmento.

I numeri 1) e 2) mostrano al ragazzo una figura geometrica, un insieme di punti, una linea, che non è facile intuire in un disegno statico: è difficile infatti vedere, nel senso di immaginare, una figura in formazione.

In una rappresentazione statica il ragazzo « vede » il punto da cui siamo partiti, vede poi globalmente l'insieme di punti, cioè gli archi, ma non riesce a immaginare questa curva come generata dalla traiettoria del punto; proprio come, direi, nel guardare il mio garofano fiorito ricordo il primo germoglio, ma non ho mai visto e il mio occhio non sarà mai in grado di vedere le diverse e successive fasi dello sviluppo.

Il numero 3) fa sentire, direi presentire, la verità; la fa intuire in modo visivo: ma, saranno veramente due archi di cerchio come sembra dalla figura? E' ora che il ragazzo sente il bisogno di una dimostrazione.

Anche il numero 4) fa nascere dei dubbi: se l'arco di cerchio passa anche per gli estremi del segmento, come mostra il film, ciò significa che tali estremi sono punti che godono della stessa proprietà, cioè l'angolo secondo cui da uno di questi estremi si vede il segmento, ha sempre quel dato valore. Ma, dove è quest'angolo?

In una visione statica, euclidea, è impossibile mettere in rapporto l'angolo formato dalla tangente e dalla corda con l'angolo formato da due secanti. In una visione dinamica, invece, i due concetti si fondono in uno solo: l'angolo alla circonferenza si modifica per gradi insensibili fino a diventare l'angolo della tangente e della corda.

E' il principio di continuità, reso visivo dal cartone animato, che ha operato l'unificazione di questi due casi.

Se poi si considera il problema da un punto di vista analitico, possiamo dire che entrano qui i concetti fondamentali dell'analisi: il concetto di limite, di derivata, di

funzione continua. Il concetto di funzione entra dunque come basilare nello studio della geometria elementare.

Nel caso ora trattato si può passare al limite senza timore data la continuità della funzione; ma sorge proprio qui l'opportunità di dare esempi, e ve ne sono di espressivi anche nel campo della geometria elementare, in cui non si può passare al limite con tanta leggerezza. Il ragazzo si renderà così conto da sé stesso del fatto che dopo una visione intuitiva occorre sempre una dimostrazione razionale e una revisione critica.

L'idea fondamentale del Nicolet è questa: il matematico non arriva alla dimostrazione se prima non ha avuto l'intuizione della verità; è questo « momento » spirituale, quel brivido della scoperta, che a pochi è dato di godere, che il Nicolet vuol far « sentire » a chiunque si avvicini allo studio della matematica. E' quell'attimo di visione superiore che anche il ragazzino può così provare.

E' in ciò che i films di Nicolet si distinguono sostanzialmente da altri, anche interessantissimi, che sono apparsi recentemente: lo scopo di questi è di servire da riassunto, da concatenazione di argomenti, da lavoro finale. Per Nicolet invece il film è l'inizio, è l'idea. E, come l'idea è di brevissima durata, così questi films durano pochissimi minuti; il ragazzo non può stancarsi nell'osservare.

Il « guarda e guarda bene » di Poincaré assume nel lavoro del matematico svizzero un nuovo, profondo significato.

EMMA CASTELNUOVO

ordinaria di matematica
nei Licei Classici

I films di J. L. Nicolet che sono stati acquistati dalla Cineteca Autonoma per la Cinematografia scolastica del Ministero della Pubblica Istruzione (Via S. Susanna 17, Roma) sono contrassegnati con dei numeri e vertono sui seguenti argomenti:

- 1) Cerchio determinato da tre punti.
- 4) Triangolo formato da lati di poligoni.
- 5) La strofoide e la sezione aurea.
- 6) La sezione aurea e il pentagono regolare.
- 7) Bisettrici interne di un triangolo.
- 8) La proprietà del rapporto delle bisettrici esterne.
- 9) Segmento visto sotto angolo dato.
- 11) Costruzione del pentagono regolare.

Chiunque desideri averli a nolo dovrà indicare alla Cineteca il numero dei film.

Ad ogni film è associata una nota esplicativa per l'insegnante. Il contenuto di questi cartoni animati è così vivo e limpido che essi possono essere utili agli allievi di ogni classe di scuola media o di liceo, o istituti equivalenti.

Indirizzo di Jean Louis Nicolet: 31 Chemin de Rochette — PULLY (Vaud) — Svizzera.

Il Nicolet ha pubblicato un opuscolo di 30 pagine sui suoi lavori: *Intuition mathématique et dessins animées*. Librairie Payot, Lausanne, 1942.