

Premetto che è un'idea estemporanea che non ho verificato su MathSciNet né ArXiv. Potrebbero esserci delle imprecisioni nel mio discorso e inoltre potrebbe essere già noto. È un risultato classico (v. Hartshorne pag.306) che un morfismo separabile di grado 2 di \mathbb{P}^1 è dato da un fibrato in rette su \mathbb{P}^1 radice quadrata di $\mathcal{O}(-B)$, dove B è il divisore di branch. Nel 1985 (Triple Covers in Algebraic Geometry - Amer. Journ. Math. Vol.107, no. 5, pag.1123-1158) Miranda ha dimostrato che il dato di una curva trigonale corrisponde invece ad un fibrato vettoriale E di rango 2 su \mathbb{P}^1 più un morfismo $Sym^3 E \rightarrow \wedge^2 E$. Ora per quanto riguarda curve d -gonali con $d > 3$, l'unica costruzione "canonica" che io conosca è la *tetragonal construction* di Donagi (The tetragonal construction, Research Announcement, AMS Bulletin 4 (1981), 181-185) che però non ha l'intrinsecità dei precedenti due risultati e per esempio non richiede nessun $\mathcal{O}_{\mathbb{P}^1}$ -modulo. In sostanza, dal mio punto di vista mi sembra poco verosimile utilizzarla ai fini della costruzione di un qualche spazio di moduli. Il problema è un po' filosofico, in un certo senso, ed è quindi il seguente: trovare un dato intelligente e "compatto" per descrivere il dato di una curva d -gonale per $d > 3$.