Esercizi per il corso di Geometria elementare
SSIS 2008

Negli esercizi seguenti, proporre una dimostrazione sintetica, citando quali risultati e quali assiomi (cfr. la lista di Hilbert) di geometria euclidea vengono applicati, e una dimostrazione analitica, mediante coordinate cartesiane.

1. Mostrare che tre punti non allineati stanno su un'unica circonferenza.

2. Sia ABC un triangolo. Dimostrare la *disuguaglianza triangolare*:
$$|AB| + |BC| > |AC|.$$

3. Se due corde di una circonferenza si intersecano, tagliandosi in segmenti di lunghezza a, b (su una corda) e c, d (sull'altra corda), allora $ab = cd$.

4. Sia A un punto esterno a un cerchio, sia AB tangente al cerchio in B, e si assuma che la retta ACD tagli la circonferenza in C e D. Allora $|AB|^2 = |AC||AD|$.

5. (Teorema di Menelao) Sia ABC un triangolo, e sia l una retta che taglia i lati del triangolo (eventualmente estesi) nei punti D, E, F, con D sulla retta AB, E sulla retta AC e F sulla retta BC. Allora
$$\frac{|AD|}{|BD|}\frac{|BF|}{|CF|}\frac{|CE|}{|AE|} = 1.$$

6. (Teorema di Ceva) Sia ABC un triangolo, e sia P un punto interno al triangolo. Siano D, E, F i punti che si ottengono intersecando i lati del triangolo con le rette congiungenti P con i tre vertici, con D sulla retta AB, E sulla retta AC e F sulla retta BC. Allora
$$\frac{|AD|}{|BD|}\frac{|BF|}{|CF|}\frac{|CE|}{|AE|} = 1.$$

7. Mostrare che le tre altezze di un triangolo si incontrano in un punto (ortocentro).

8. Mostrare che le tre mediane di un triangolo si incontrano in un punto (baricentro).