ANALISI 1 – Esempio di Prima Prova		** novembre 2015
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di Laurea in Fisica		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. L'insieme dei numeri $\beta \geq 0$ per i quali la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta^n + 2^n}{\beta^n + 3^n}$ converge è: $\boxed{a}$ $\{2 \leq \beta < 3\}$; $\boxed{b}$ $\emptyset$; $\boxed{c}$ $\{0 \leq \beta \leq 2\}$; $\boxed{d}$ $\{0 \leq \beta < 3\}$.

2. L'insieme $\{z \in \mathbf{C} \;:\; \left|\dfrac{z+1}{z-1}\right| = 1\}$ è: $\boxed{a}$ una circonferenza; $\boxed{b}$ il bordo di un quadrato; $\boxed{c}$ l'asse reale; $\boxed{d}$ l'asse immaginario.

3. $$\bigcup_{\alpha \in [1,2]} (-1/\alpha, \alpha + 2) =$$
   $\boxed{a}$ $(-2, 5)$; $\boxed{b}$ nessuno degli altri insiemi indicati; $\boxed{c}$ $(-1/2, 3)$; $\boxed{d}$ $(1, 4)$.

4. Se $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ e $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ sono serie a termini positivi e convergenti, quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? $\boxed{a}$ Se $a_n < b_n$ definitivamente per $n \to +\infty$ allora $\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \sum_{n=1}^{\infty} b_n$; $\boxed{b}$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ e $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ sono convergenti; $\boxed{c}$ Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ allora $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0$; $\boxed{d}$ Se $\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ allora $a_n < b_n$ definitivamente per $n \to +\infty$.

5. Sia $C_{n,k}$ il numero delle combinazioni semplici di n oggetti di classe k. Allora $C_{6,5} + C_{6,4} =$ $\boxed{a}$ $C_{6,6}$; $\boxed{b}$ $C_{7,7}$; $\boxed{c}$ $C_{7,5}$; $\boxed{d}$ $C_{7,4}$.

6. Sia $E := \{xy : \; 1 \leq x \leq 2, \; -3 < y < -1\} \subset \mathbf{R}$. Allora $\boxed{a}$ E è limitato e $\sup E = -1$; $\boxed{b}$ E è limitato e $\inf E = -1$; $\boxed{c}$ E ha minimo; $\boxed{d}$ E ha massimo.

7. Quanti sono gli anagrammi della parola "INORGANICA" che iniziano con la lettera "I"? $\boxed{a}$ $\dfrac{10!}{2}$; $\boxed{b}$ $9! - 4$; $\boxed{c}$ $\dfrac{10!}{4}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{9!}{4}$.

8. $$\lim_{n\to+\infty} \frac{n^n}{(2n)!} =$$
   $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ 1/2.

ANALISI 1 – Prima Prova Esempio	** novembre 2015

1. (6 punti) Trovate gli $z \in \mathbf{C}$ che sono soluzione dell'equazione

$$\left(\frac{z-1}{z+1}\right)^4 = -1$$

e disegnateli sul piano complesso.

2. (6 punti) Studiate, in funzione del parametro reale α, la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^{n^\alpha}$$

ANALISI 1 – Prima Prova Esempio	** novembre 2015

3. (6 punti) Enunciate e dimostrate il teorema del confronto per le successioni.

Dimostrate, usando la definizione di limite di successioni, la seguente affermazione:

$$\lim_{n\to+\infty} s_n = 2 \Longrightarrow \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{s_n} = \frac{1}{2}$$