PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI MATEMATICA 1
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN FISICA – 9 CF
A.A. 2019-20

Principali argomenti svolti: *Le indicazioni dei capitoli e dei paragrafi si riferiscono al libro:*
C.D. Pagani, S. Salsa. *Analisi Matematica 1* Zanichelli Editore, 2015

- **Elementi di teoria degli insiemi.** Cap. 1 – Par. 2, 3, 4, 5, 7

  Simboli e operazioni insiemistiche fondamentali. Definizione dei simboli principali.
  Relazioni. Prodotto cartesiano. Ordinamenti: definizioni di maggiorante, minorante, massimo, minimo, estremo superiore ed estremo inferiore.
  Nozione di funzione. Successioni. Funzioni composte. Funzioni iniettive e suriettive. Funzioni inverse.
  Il principio di induzione. La formula del binomio di Newton.
  Insiemi infiniti. Insiemi numerabili. Il prodotto di un insieme finito di insiemi numerabili è numerabile.

- **Insiemi numerici.** Cap. 2 – Par. 1, 2, 3, 4

  $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Q}$. I numeri naturali, i numeri interi relativi e i numeri razionali. Struttura di $\mathbb{Q}$ e rappresentazione dei numeri razionali.
  I numeri reali: ordinamento e struttura algebrica. Proprietà di completezza. Potenza del continuo. Radicali, potenze e logaritmi. Alcune disuguaglianze: disuguaglianza triangolare, disuguaglianza di Bernoulli.
  I numeri complessi. La forma algebrica, trigonometrica ed esponenziale di un numero complesso. Operazioni e struttura di campo. Potenze e radici di un numero complesso.

- **L'operazione di limite.** Cap. 4 – Par. 1, 2, 3

  Limiti di funzioni $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Definizione di limite. Limiti destro e sinistro, limite per eccesso e per difetto. Limiti e ordinamento. Algebra dei limiti. Esempi di non esistenza del limite. Esistenza del limite per funzioni monotone. Infinitesimi e infiniti. I simboli o, $\sim$ e loro relazioni. Confronti. Asintoti.
  Successioni a valori in $\mathbb{R}$. Definizione di limite di una successione. Confronti. Il numero e. Alcuni limiti notevoli. Esistenza del limite. Esistenza del limite finito: criterio di Cauchy.

- **Funzioni continue.** Cap. 5 – Par. 1, 3

  Funzioni continue da $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$. Definizione di continuità. Punti di discontinuità. Discontinuità delle funzioni monotone. Proprietà delle funzioni continue su un intervallo: teorema della permanenza del segno, degli zeri. Teorema (di Weierstrass) di esistenza di massimo e minimo.
  Funzioni elementari. Funzioni razionali intere e polinomi. Funzioni razionali fratte e funzioni algebriche. Esponenziali e logaritmi. Funzioni iperboliche. Funzioni circolari e loro inverse. Esponenziale complesso.

- **Calcolo differenziale per funzioni reali di variabile reale.** Cap. 6 – Par. 1, 2, 3

  Derivata e differenziale. Definizione di derivata. Derivata destra e sinistra. Esempi di funzioni continue e non derivabili. Rapporto incrementale e significato geometrico. Derivate successive. Algebra delle derivate. Derivata di una funzione composta. Derivata di una funzione inversa. Il differenziale.

  I teoremi fondamentali del calcolo differenziale. I punti critici di una funzione. Il teorema di Fermat e gli estremi locali di una funzione. I teoremi di Rolle e Lagrange. Conseguenze del teorema di Lagrange: test di monotonia, riconoscimento della natura dei punti stazionari. Definizione di primitiva. Il teorema di de L'Hospital. La formula di Taylor con resto secondo Peano e con resto in forma integrale.

  Applicazioni della formula di Taylor: determinazione della natura dei punti stazionari; calcolo di ordini di infinito o infinitesimo; calcolo del valore approssimato di una funzione e stima dell'errore. Determinazione del grafico di una funzione.

- **Integrali di funzioni di una variabile. Serie numeriche.** Cap. 8 – Par. 1, 2, 3

  Integrale di Riemann. Somme superiori, somme inferiori e definizione di integrale. Caratterizzazione dell'integrale e significato geometrico. Classi di funzioni integrabili. Proprietà dell'integrale. Primo teorema fondamentale del calcolo integrale. Funzioni integrali e secondo teorema fondamentale del calcolo integrale. Primitive e integrale indefinito. Regole di integrazione: integrazione per parti e per sostituzione.

  Serie numeriche. Definizione di serie e proprietà elementari. Serie geometriche, serie armonica e serie armoniche generalizzate. Condizione necessaria di convergenza di una serie. Serie a termini non negativi. Criteri del confronto, del rapporto e della radice. Convergenza e convergenza assoluta. Criterio di Leibniz.

- **Equazioni Differenziali** *Gli argomenti di questo capitolo si possono trovare in molti testi. Per esempio in: "M. Bramanti, C. Pagani, S. Salsa: Analisi Matematica 2, Capitolo1"*

  Equazioni differenziali del primo ordine. Definizione di soluzione. Problema di Cauchy. Integrale generale.

  Equazioni a variabili separabili.

  Equazioni lineari del primo ordine. Integrale generale.

  Equazioni lineari del secondo ordine. Forma generale dell'equazione e problema di Cauchy. Struttura dell'integrale generale di un'equazione del secondo ordine a coefficienti costanti, omogenea o non omogenea. Metodo di similarità.

Nel corso della prova scritta la studentessa/lo studente deve mostrare di essere in grado di:

- Determinare iniettività, suriettività di funzioni di variabile reale. Determinare l'espressione analitica di una funzione inversa o di una funzione composta di funzioni assegnate.
- Determinare estremo superiore/inferiore, massimo/minimo di un sottoinsieme di $\mathbb{R}$ o di una funzione a valori reali.
- Svolgere semplici calcoli algebrici con i numeri complessi. Risolvere semplici equazioni in $\mathbb{C}$. Calcolare le radici n-esime di un numero complesso. Disegnare semplici regioni del piano complesso individuate da equazioni o disequazioni.
- Calcolare i limiti, valutare l'ordine di zero o di infinito di una successione o di una funzione di variabile reale. Riconoscere una forma di indecisione. Utilizzare i teoremi di de l'Hospital. Utilizzare correttamente le nozioni di asintoticità e di infinito/infinitesimo e gli associati simboli $\sim$ e o. Utilizzare gli sviluppi di Taylor di alcune funzioni elementari nel calcolo dei limiti.

- Utilizzare il teorema degli zeri o dei valori intermedi per mostrare l'esistenza delle soluzioni di una equazione in un intervallo assegnato.
- Riconoscere continuità/differenziabilità di una funzione. Riconoscere punti di non continuità o di non differenziabilità. Calcolare la derivata delle funzioni elementari. Trovare l'equazione della retta tangente/normale al grafico di una funzione in un punto del suo grafico. Riconoscere convessità/concavità di una funzione in un intervallo. Calcolare i polinomi di Taylor di una funzione.
- Utilizzare il teorema di Fermat e i test delle derivate di ordine superiore per trovare punti di massimo/minimo locale di una funzione e per studiarne la natura. Utilizzare il teorema di Weierstrass per mostrare l'esistenza di punti di massimo/minimo globale di una funzione in un insieme assegnato. Risolvere semplici problemi geometrici di ricerca di massimo/minimo.
- Studiare l'andamento e disegnare il grafico di funzioni di una variabile reale o di una famiglia di funzioni di variabile reale dipendenti da un parametro.
- Calcolare semplici integrali definiti o primitive di funzioni elementari. Utilizzare, se necessarie, le formule di integrazione per parti o di integrazione per sostituzione.
- Calcolare l'area di una semplice regione piana. Calcolare il volume di un solido di rotazione.
- Studiare l'andamento e disegnare il grafico di una semplice funzione integrale. Riconoscere le principali relazioni fra le caratteristiche di una funzione e quelle di una sua funzione integrale.
- Determinare la convergenza o la non convergenza di una serie numerica. Utilizzare, in casi semplici, i teoremi del confronto, del confronto asintotico, della radice o del rapporto per studiare il carattere di una serie numerica a termini positivi. Utilizzare la nozione di convergenza assoluta per studiare il carattere di una serie con i termini di segno qualsiasi. Utilizzare, se possibile, il criterio di Leibniz per determinare la convergenza di una serie a segni alternati.
- Risolvere un problema di Cauchy per una equazione differenziale lineare del primo ordine o per una equazione del primo ordine a variabili separabili. Risolvere un problema di Cauchy per una equazione lineare del secondo ordine a coefficienti costanti, non omogenea.