ANALISI 1 – Esempio di Prima Prova		** novembre 2015
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di Laurea in Matematica		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. L'insieme dei numeri $\beta \geq 0$ per i quali la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\beta^n + 2^n}{\beta^n + 3^n}$ converge è: $\boxed{a}$ $\{2 \leq \beta < 3\}$; $\boxed{b}$ $\emptyset$; $\boxed{c}$ $\{0 \leq \beta \leq 2\}$; $\boxed{d}$ $\{0 \leq \beta < 3\}$.

2. L'insieme $\{z \in \mathbf{C} \ : \left|\dfrac{z+1}{z-1}\right| = 1\}$ è: $\boxed{a}$ una circonferenza; $\boxed{b}$ il bordo di un quadrato; $\boxed{c}$ l'asse reale; $\boxed{d}$ l'asse immaginario.

3. Siano S e T due sottospazi affini della stessa dimensione a in uno spazio affine A di dimensione $2a-1$ su uno spazio vettoriale su $\mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è corretta? $\boxed{a}$ Se S e T non sono paralleli, allora sono incidenti; $\boxed{b}$ Se non si intersecano, sono sghembi; $\boxed{c}$ Se S e T sono incidenti, si intersecano in infiniti punti; $\boxed{d}$ Se hanno la stessa giacitura, allora si intersecano.

4. Le matrici $(1,2,0)$, $(-1,3,a)$, $(a,1,0)$, $(1,1,1)$ sono: $\boxed{a}$ linearmente dipendenti se e solo se $a = 0$; $\boxed{b}$ linearmente indipendenti se e solo se $a \neq 1$; $\boxed{c}$ linearmente dipendenti per ogni valore di a; $\boxed{d}$ linearmente indipendenti per ogni valore di a.

5. Un sistema lineare di 4 equazioni in 5 incognite reali ha $\boxed{a}$ esattamente ∞^1 soluzioni se il sistema è compatibile; $\boxed{b}$ infinite soluzioni se la matrice dei coefficienti ha rango diverso da 4; $\boxed{c}$ almeno una soluzione se la matrice dei coefficienti ha rango 4; $\boxed{d}$ sempre infinite soluzioni.

6. Sia $E := \{xy : \ 1 \leq x \leq 2, \ -3 < y < -1\} \subset \mathbf{R}$. Allora $\boxed{a}$ E è limitato e $\sup E = -1$; $\boxed{b}$ E è limitato e $\inf E = -1$; $\boxed{c}$ E ha minimo; $\boxed{d}$ E ha massimo.

7. Quanti sono gli anagrammi della parola "INORGANICA" che iniziano con la lettera "I"? $\boxed{a}$ $\dfrac{10!}{2}$; $\boxed{b}$ $9! - 4$; $\boxed{c}$ $\dfrac{10!}{4}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{9!}{4}$.

8. Sia E un'insieme con una relazione di equivalenza R, e si denoti, per ogni $e \in E$, con $[e]$ la sua classe di equivalenza. Allora $\boxed{a}$ Se E è uno spazio vettoriale le espressioni $[e] + [e'] = [e + e']$ e $\lambda[e] = [\lambda e]$ inducono una struttura di spazio vettoriale su E/R; $\boxed{b}$ la funzione $E \to E/R$ che associa ad ogni e la sua classe $[e]$ è iniettiva; $\boxed{c}$ $[e] \cap [e'] \neq \emptyset \Rightarrow [e] = [e']$; $\boxed{d}$ $e \neq e' \Rightarrow [e] \neq [e']$.

GEOMETRIA A – ANALISI A	30 febbraio 2015

1. (6 punti) Studiate, in funzione del parametro reale α, la convergenza della serie

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)^{n^\alpha}$$

GEOMETRIA A – ANALISI A	30 febbraio 2015

2. (6 punti)

Si determini per quali valori del parametro reale k il sistema lineare $Ax = b$ dove

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2k & 3-2k^2 \\ 1 & k & 2 \\ -1 & k & 1-k^2 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 2k \\ 1 \\ k \end{bmatrix}$$

è compatibile e per ogni tale valore si descriva lo spazio delle soluzioni e se ne determini la dimensione come sottospazio affine di $\mathbb{R}^3$.

GEOMETRIA A – ANALISI A	30 febbraio 2015

3(a). (3 punti) Enunciate il teorema del confronto per le successioni.

Dimostrate, usando la definizione di limite di successioni, la seguente affermazione:

$$\lim_{n\to+\infty} s_n = 2 \Longrightarrow \lim_{n\to+\infty} \frac{1}{s_n} = \frac{1}{2}$$

3(b). (3 punti)

Sia A una matrice quadrata con k righe le cui entrate sono tutte uguali a 1 o a -1. Si dimostri che se $k \geq 2$ il determinante di A è un intero pari.