ANALISI MATEMATICA 1/A–Esempio di Seconda Prova		** dicembre 2015
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di Laurea in Fisica/Matematica		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione due volte derivabile e tale che $f(0) = f''(0) = 0$. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? $\boxed{a}$ $\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^2} f(x) = 0$; $\boxed{b}$ Esiste $c \in (0,1)$ tale che $f'(c) = f(1)$; $\boxed{c}$ 0 è un punto di flesso di f; $\boxed{d}$ f cambia segno in un intorno di 0.

2. Sia $f : (0,+\infty) \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? $\boxed{a}$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{x}{f(x)} = +\infty$; $\boxed{b}$ f ha un solo punto di minimo in $(0,+\infty)$; $\boxed{c}$ f è inferiormente limitata; $\boxed{d}$ $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$.

3. $$\int_0^{\log 2} \frac{e^x}{e^{2x}+4}\, dx =$$
$\boxed{a}$ $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\arctan\frac{1}{4}$; $\boxed{b}$ $\frac{\pi}{4} - \arctan\frac{1}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{\pi}{8} - \frac{1}{2}\arctan\frac{1}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{\pi}{8} - \arctan\frac{1}{4}$.

4. Sia $f(x) := x^3 + 3e^x$ e sia g la funzione inversa di f. L'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(3,0)$ è: $\boxed{a}$ $y = \frac{1}{3}x - 1$; $\boxed{b}$ $y = \frac{1}{3}x + 1$; $\boxed{c}$ $y = \frac{1}{3}x$; $\boxed{d}$ $y = 3x$.

5. Quale dei seguenti è il polinomio di Taylor di grado 2 con centro in $x_0 = 1$ della funzione $f(x) := \sin(\pi x^2)$? $\boxed{a}$ $\pi + (x-1) + (x-1)^2$; $\boxed{b}$ $-\pi x^2 + 3\pi$; $\boxed{c}$ $-\pi x^2 + \pi$; $\boxed{d}$ $\pi(x-1) + \pi^2(x-1)^2$.

6. $$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{(\sin 2x)^3} =$$
$\boxed{a}$ $-\frac{1}{36}$; $\boxed{b}$ $-\frac{1}{24}$; $\boxed{c}$ $-\frac{1}{12}$; $\boxed{d}$ $-\frac{1}{48}$.

7. Il valore massimo della funzione $f(x) := x^2 e^{-x}$ nell'intervallo $[-1,+\infty)$ è: $\boxed{a}$ e; $\boxed{b}$ $4/e$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ non esiste perché $[-1,+\infty)$ non è limitato.

8. Sia f una funzione continua in $\mathbf{R}$. Allora $\int_{-1}^{1} f(x^2)\, dx =$ $\boxed{a}$ $2\int_0^1 f(t)\, dt$; $\boxed{b}$ $\int_{-1}^{1} f(t) 2t\, dt$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ $2\int_0^1 f(x^2)\, dx$.

ANALISI MATEMATICA A – Esempio di Seconda Prova	** dicembre 2015

1. (6 punti) Calcolate

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos x}{4 - |\sin x| \sin x}\, dx$$

2. (6 punti) Studiate l'andamento e disegnate approssimativamente il grafico della funzione

$$f(x) := 1 + \frac{2}{2 - \log_2 (x-1)^2}$$

nel suo naturale dominio di definizione. (Determinate eventuali simmetrie, limiti agli estremi del campo di esistenza, eventuali punti di non derivabilità e di massimo/minimo locale e assoluto).

3. (6 punti) Enunciate le definizioni di punto stazionario di una funzione e di punto di minimo locale di una funzione.

Enunciate e dimostrate il teorema di Fermat.