ANALISI 1/ A – Esempio Prima Prova Intermedia		**** novembre 2017
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
FISICA ◯	**MATEMATICA** ◯	Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1,5$. *Risposta errata:* $-0,25$.

1. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. La frase "*per ogni* $a > 0$ *esiste* $b > 0$ *t.c.* $x > b \Rightarrow |f(x) - 1| < a$", è la definizione di: $\boxed{a}$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -1$; $\boxed{b}$ $\lim_{x\to-1} f(x) = +\infty$; $\boxed{c}$ $\lim_{x\to1} f(x) = +\infty$; $\boxed{d}$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$.

2. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione periodica e sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione strettamente crescente. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera? $\boxed{a}$ $f(x) + g(x)$ è periodica; $\boxed{b}$ $g(f(x))$ è periodica; $\boxed{c}$ $f(g(x))$ è periodica; $\boxed{d}$ $f(x) + g(x)$ è crescente.

3. Quale è l'insieme degli $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui
$$\lim_{x\to0^+} \frac{x^\alpha + \log(1 + x^2)}{x \sin x} = 0?$$
$\boxed{a}$ $\{\alpha < 2\}$; $\boxed{b}$ $\{\alpha = 2\}$; $\boxed{c}$ $\emptyset$; $\boxed{d}$ $\{\alpha > 2\}$.

4. L'equazione $f(x)+x^2+1 = 0$ ha una soluzione nell'intervallo $[0, 1]$ se $\boxed{a}$ $f(x) := -2x+4e^x$; $\boxed{b}$ $f(x) := 4x - 2e^x$; $\boxed{c}$ $f(x) := x - 2e^x$; $\boxed{d}$ $f(x) := -x + 3e^x$.

5. Le soluzioni dell'equazione
$$z(\overline{z} + Im(z)) = 3 + i$$
sono $\boxed{a}$ $1 + i$, $-1 - i$, $2 - i$, $-2 + i$; $\boxed{b}$ $-1 + i$, $1 - i$, $-2 - i$, $2 + i$; $\boxed{c}$ $1 + i$, $-1 - i$, $\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}i$, $-\frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}i$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{\sqrt{3}} - \sqrt{3}i$, $-\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}i$.

6. Il valore massimo della funzione $g(x) := |x|e^{-x}$ in $\mathbf{R}$ è: $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ non esiste il valore massimo; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ $1/e$.

7. Sia $z = x + iy \in \mathbf{C}$. L'insieme $\{z \in \mathbf{C} : |z - 2| \geq |z + 1|\}$ è: $\boxed{a}$ $\{z \in \mathbf{C} : x \geq 0\}$; $\boxed{b}$ $\{z \in \mathbf{C} : x \geq 1/2\}$; $\boxed{c}$ $\{z \in \mathbf{C} : x \leq 0\}$; $\boxed{d}$ $\{z \in \mathbf{C} : x \leq 1/2\}$.

8. Qual è il più grande intervallo contenente $x = 0$ nel quale la funzione $f(x) := x^3e^{-x}$ è invertibile? $\boxed{a}$ $\mathbf{R}$; $\boxed{b}$ $[-1, +\infty)$; $\boxed{c}$ $(-\infty, 3]$; $\boxed{d}$ $(-\infty, 1]$.

ANALISI 1/A – Esempio di Prima Prova Intermedia	**** novembre 2017

2. (3 punti)

Sia $E := \{x \in [0, 2\pi] : \sin x \cos x > \frac{1}{4}\}$. Trovate $\inf E$ e $\sup E$.

2. (4 punti) Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$. Enunciate le definizioni di punto di minimo (assoluto) e di punto di minimo locale per f in $\mathbf{R}$.

Scrivete una funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ tale che il grafico di f abbia un minimo assoluto in $x_0 = 1$ e il grafico di f^2 non abbia minimo in $x_0 = 1$.

ANALISI 1/A – Esempio di Prima Prova Intermedia	**** novembre 2017

2a. (3 punti) Sia $f(x) := \begin{cases} Ax^2 + B & x < 1/e \\ |1 - \log x| & x \geq 1/e. \end{cases}$
Trovate A e B in modo che f sia continua e derivabile in $x = 1/e$.

2b. (4 punti) Studiate i limiti, se esistono, di $f(x) := \dfrac{|e^x - 2|}{e^x - 4}$ agli estremi del suo naturale dominio di definizione.

ANALISI 1/A – Esempio di Prima Prova Intermedia	**** novembre 2017

3. (6 punti) Quanti sono i punti di massimo locale e di minimo locale di $f(x) := (x-1)(x-2)e^{-x}$ sulla semiretta $[0, +\infty)$?

Per quali valori del parametro $a \in \mathbf{R}$ il grafico di $f_a(x) := (x-1)(x-a)e^{-x}$ ha due punti di massimo locale sulla semiretta $[0, +\infty)$?