ANALISI MATEMATICA A		7 giugno 2016
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Primo Appello		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Sia I un intervallo e sia $f : I \to \mathbf{R}$ invertibile. Indichiamo con f^{-1} la funzione inversa. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? $\boxed{a}$ Il dominio di f^{-1} è un intervallo; $\boxed{b}$ f è strettamente monotona in I; $\boxed{c}$ Se f è derivabile in I allora f^{-1} è derivabile; $\boxed{d}$ Se f è continua in I allora f^{-1} è continua.

2. Sia $a \in \mathbf{R}$. Allora $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a^{n+2}}{2^{2(n+1)}} =$ $\boxed{a}$ $\dfrac{4a}{a-4}$ se $a > 4$; $\boxed{b}$ $\dfrac{a^2}{4-a}$ se $|a| < 4$; $\boxed{c}$ $\dfrac{a}{4-a}$ se $0 \le a < 4$; $\boxed{d}$ $+\infty$ se $a \ge 2$.

3. Sia E un sottoinsieme illimitato di $\mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ se E è chiuso allora esiste un $x_0 \in E$ di accumulazione per E; $\boxed{b}$ esiste una funzione $f : E \to \mathbf{R}$ tale che $\sup_{x\in E} f(x) = +\infty$; $\boxed{c}$ esiste almeno un punto interno di E; $\boxed{d}$ esiste almeno un punto di frontiera di E.

4. Sia $F : [1, +\infty) \to \mathbf{R}$ definita da $F(x) := \displaystyle\int_1^x \frac{\sin(x+y)}{y}\, dy$. Allora $F'(x) =$ $\boxed{a}$ $\frac{\sin 2x}{x}$; $\boxed{b}$ $\frac{\cos 2x}{x} - \int_1^x \frac{\sin(x+y)}{y^2}\, dy$; $\boxed{c}$ $\frac{\sin 2x}{x} + \int_1^x \frac{\cos(x+y)}{y}\, dy$; $\boxed{d}$ $\frac{\sin 2x}{x} - \int_1^x \frac{\cos(x+y)}{y}\, dy$.

5. Quale delle seguenti affermazioni è vera per ogni $z \in \mathbf{C}$? $\boxed{a}$ $i(z + \bar{z})$ è un numero reale; $\boxed{b}$ $(z - \bar{z})^2$ è un numero reale non positivo; $\boxed{c}$ $(z + \bar{z})^2 = z\bar{z}$; $\boxed{d}$ $i(z - \bar{z})$ è un numero reale non positivo.

6. Sia $f : [0, +\infty) \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) := 1 - \left|\frac{x-2}{x+2}\right|$. Allora: $\boxed{a}$ f non ha minimo assoluto in $[0, +\infty)$; $\boxed{b}$ il massimo assoluto di f in $[0, +\infty)$ è 2; $\boxed{c}$ il massimo assoluto di f in $[0, +\infty)$ è 1; $\boxed{d}$ f non ha massimo assoluto in $[0, +\infty)$.

7. La massima derivata direzionale di $f(x, y, z) := x^2 + 2y^2 + 4xyz$ in $\mathbf{p} = (1, 1, 1)$ è $\boxed{a}$ $4\sqrt{31}$; $\boxed{b}$ $4\sqrt{17}$; $\boxed{c}$ $2\sqrt{37}$; $\boxed{d}$ $2\sqrt{29}$.

8. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ continua. Allora $\displaystyle\int_0^{\pi/4} g(\cos x) \tan x\, dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle -\int_1^{\sqrt{2}/2} y g(y)\, dy$; $\boxed{b}$ $\displaystyle\int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{g(y)}{y}\, dy$; $\boxed{c}$ $\displaystyle g(\sqrt{2}/2) - \int_0^{\pi/4} \frac{g(\cos x)}{\cos^2 x}\, dx$; $\boxed{d}$ $\displaystyle -\int_0^{\pi/4} \frac{g(\cos x)}{\cos^2 x}\, dx$.

ANALISI MATEMATICA A		7 giugno 2016
Cognome:	Nome:	Matricola:
Primo Appello		Test |Es1 |Es2 |Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Sia $f : [0, +\infty) \to \mathbf{R}$ definita da $f(x) := 1 - \left|\frac{x-2}{x+2}\right|$. Allora: $\boxed{a}$ il massimo assoluto di f in $[0, +\infty)$ è 2; $\boxed{b}$ il massimo assoluto di f in $[0, +\infty)$ è 1; $\boxed{c}$ f non ha massimo assoluto in $[0, +\infty)$; $\boxed{d}$ f non ha minimo assoluto in $[0, +\infty)$.

2. Sia E un sottoinsieme illimitato di $\mathbf{R}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera? $\boxed{a}$ esiste una funzione $f : E \to \mathbf{R}$ tale che $\sup_{x\in E} f(x) = +\infty$; $\boxed{b}$ esiste almeno un punto interno di E; $\boxed{c}$ esiste almeno un punto di frontiera di E; $\boxed{d}$ se E è chiuso allora esiste un $x_0 \in E$ di accumulazione per E.

3. Sia $F : [1, +\infty) \to \mathbf{R}$ definita da $F(x) := \displaystyle\int_1^x \frac{\sin(x+y)}{y}\, dy$. Allora $F'(x) =$ $\boxed{a}$ $\frac{\cos 2x}{x} - \int_1^x \frac{\sin(x+y)}{y^2}\, dy$; $\boxed{b}$ $\frac{\sin 2x}{x} + \int_1^x \frac{\cos(x+y)}{y}\, dy$; $\boxed{c}$ $\frac{\sin 2x}{x} - \int_1^x \frac{\cos(x+y)}{y}\, dy$; $\boxed{d}$ $\frac{\sin 2x}{x}$.

4. La massima derivata direzionale di $f(x, y, z) := x^2 + 2y^2 + 4xyz$ in $\mathbf{p} = (1, 1, 1)$ è $\boxed{a}$ $4\sqrt{17}$; $\boxed{b}$ $2\sqrt{37}$; $\boxed{c}$ $2\sqrt{29}$; $\boxed{d}$ $4\sqrt{31}$.

5. Sia I un intervallo e sia $f : I \to \mathbf{R}$ invertibile. Indichiamo con f^{-1} la funzione inversa. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? $\boxed{a}$ f è strettamente monotona in I; $\boxed{b}$ Se f è derivabile in I allora f^{-1} è derivabile; $\boxed{c}$ Se f è continua in I allora f^{-1} è continua; $\boxed{d}$ Il dominio di f^{-1} è un intervallo.

6. Sia $a \in \mathbf{R}$. Allora $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{a^{n+2}}{2^{2(n+1)}} =$ $\boxed{a}$ $\dfrac{a^2}{4-a}$ se $|a| < 4$; $\boxed{b}$ $\dfrac{a}{4-a}$ se $0 \le a < 4$; $\boxed{c}$ $+\infty$ se $a \ge 2$; $\boxed{d}$ $\dfrac{4a}{a-4}$ se $a > 4$.

7. Sia $g : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ continua. Allora $\displaystyle\int_0^{\pi/4} g(\cos x) \tan x\, dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle\int_{\sqrt{2}/2}^{1} \frac{g(y)}{y}\, dy$; $\boxed{b}$ $g(\sqrt{2}/2) - \displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{g(\cos x)}{\cos^2 x}\, dx$; $\boxed{c}$ $-\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{g(\cos x)}{\cos^2 x}\, dx$; $\boxed{d}$ $-\displaystyle\int_1^{\sqrt{2}/2} y g(y)\, dy$.

8. Quale delle seguenti affermazioni è vera per ogni $z \in \mathbf{C}$? $\boxed{a}$ $(z - \bar{z})^2$ è un numero reale non positivo; $\boxed{b}$ $(z + \bar{z})^2 = z\bar{z}$; $\boxed{c}$ $i(z - \bar{z})$ è un numero reale non positivo; $\boxed{d}$ $i(z + \bar{z})$ è un numero reale.

ANALISI MATEMATICA A – Primo Appello	**7 giugno 2016**

1. (7 punti) Calcolate $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{2^x}{4-|1-2^x|\,(1-2^x)}\,dx.$

Discutete la convergenza di $\displaystyle\int_{0}^{+\infty} \frac{2^x}{4-|1-2^x|\,(1-2^x)}\,dx$ e di $\displaystyle\int_{0}^{+\infty} \frac{2^x}{4-(1-2^x)^2}\,dx.$

ANALISI MATEMATICA A – Primo Appello	7 giugno 2016

2.a. (4 punti) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da $f(x,y) := xy2^{2x-y^2}$.

1. Scrivete l'equazione del piano tangente e della retta normale al grafico di f in $\mathbf{p} = (1,1)$.
2. Verificate che l'equazione $xy2^{2x-y^2} = 2$ definisce in un intorno di $\mathbf{p}$ sia una funzione $y = y(x)$ che una funzione $x = x(y)$. Trovate la retta tangente al grafico di $y = y(x)$ in $\mathbf{p}$.

2.b. (3 punti) Studiate, in funzione di $\beta \in \mathbf{R}$, la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (n^2+n+1)^{\beta} \log\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right).$$

ANALISI MATEMATICA A – Primo Appello	**7 giugno 2016**

3. (6 punti) Trovate, in funzione del parametro β, la soluzione $y = y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 5y = 5t^2 - 2t - 1 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = \beta. \end{cases}$$

Disegnate *approssimativamente*, nell'intervallo $[0, \pi]$, i grafici delle soluzioni per $\beta = -2$ e per $\beta = 2$.