ANALISI MATEMATICA A – 15 CFU		4 luglio 2016
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Secondo Appello		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Se $y = y(t)$ è la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2ty + t^3 \\ y(0) = 3/2 \end{cases}$$

allora $y(2) =$ $\boxed{a}$ $2e^2 + 5/2$; $\boxed{b}$ $e^2 + 3/2$; $\boxed{c}$ $2e^4 - 5/2$; $\boxed{d}$ $e^4 - 3/2$.

2. $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \cos(2t + \pi/2)\, dt =$ $\boxed{a}$ -2; $\boxed{b}$ $-1/2$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ -1.

3. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) := x^2 + y^2 - 2x + 2y$ e sia r la retta perpendicolare al grafico di f nel punto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$. Per quale (x_0, y_0) la retta r è parallela all'asse Z? $\boxed{a}$ $(x_0, y_0) = (1, -1)$; $\boxed{b}$ $(x_0, y_0) = (0, 1)$; $\boxed{c}$ $(x_0, y_0) = (0, 0)$; $\boxed{d}$ $(x_0, y_0) = (1, 1)$.

4. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione di classe C^1. Se x_0 è un punto stazionario di f quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? $\boxed{a}$ $f(x) + (x - x_0)$ cambia segno in x_0; $\boxed{b}$ esiste un intorno di x_0 nel quale $f(x) + (x - x_0)$ è invertibile; $\boxed{c}$ $f(x) - f(x_0) - (x - x_0) = o(x - x_0)$ per $x \to x_0$; $\boxed{d}$ $f(x) + (x - x_0)^2$ ha un minimo locale in x_0.

5. L'insieme degli $\alpha > 0$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2^{-n} + 1)}{n^\alpha + n^2 + 1}$$

è: $\boxed{a}$ $\alpha > 2$; $\boxed{b}$ $\alpha > 3$; $\boxed{c}$ $\alpha > 0$; $\boxed{d}$ $\alpha > 1$.

6. Sia $f \in C^1(\mathbf{R})$ e $F : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $F(x) := \int_x^{x^2} f(t)dt$. Allora il polinomio di Taylor di grado 2 di F con centro in $x = 0$ è: $\boxed{a}$ $f(0) - f'(0)x - \frac{1}{2}f'(0)x^2$; $\boxed{b}$ $-f(0)x + \frac{1}{2}f'(0)x^2$; $\boxed{c}$ $-f(0)x + f(0)x^2 - \frac{1}{2}f'(0)x^2$; $\boxed{d}$ $f(0) - f(0)x - \frac{1}{2}f'(0)x^2$.

7. Quante sono le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ dell'equazione $z^2 + 2\bar{z} = -1$? $\boxed{a}$ 3; $\boxed{b}$ 4; $\boxed{c}$ 1; $\boxed{d}$ 2.

8. Sia $E \subset \mathbf{R}$ tale che ogni punto di E sia un punto di accumulazione per E. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? $\boxed{a}$ Se E è limitato allora E ha massimo e minimo; $\boxed{b}$ Se $x \in \partial E$ allora esiste $y \in E$ tale che $0 < |x - y| < 10^{-2}$; $\boxed{c}$ E è aperto in $\mathbf{R}$; $\boxed{d}$ Se $x \in \partial E$ allora $x \in E$.

ANALISI MATEMATICA A – 15 CFU		4 luglio 2016
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Secondo Appello		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. Sia $f \in C^1(\mathbf{R})$ e $F : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definita da $F(x) := \int_x^{x^2} f(t)dt$. Allora il polinomio di Taylor di grado 2 di F con centro in $x = 0$ è: $\boxed{a}$ $-f(0)x+\frac{1}{2}f'(0)x^2$; $\boxed{b}$ $-f(0)x+f(0)x^2-\frac{1}{2}f'(0)x^2$; $\boxed{c}$ $f(0)-f(0)x-\frac{1}{2}f'(0)x^2$; $\boxed{d}$ $f(0)-f'(0)x-\frac{1}{2}f'(0)x^2$.

2. Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da $f(x, y) := x^2 + y^2 - 2x + 2y$ e sia r la retta perpendicolare al grafico di f nel punto $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$. Per quale (x_0, y_0) la retta r è parallela all'asse Z? $\boxed{a}$ $(x_0, y_0) = (0, 1)$; $\boxed{b}$ $(x_0, y_0) = (0, 0)$; $\boxed{c}$ $(x_0, y_0) = (1, 1)$; $\boxed{d}$ $(x_0, y_0) = (1, -1)$.

3. Sia $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione di classe C^1. Se x_0 è un punto stazionario di f quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? $\boxed{a}$ esiste un intorno di x_0 nel quale $f(x) + (x - x_0)$ è invertibile; $\boxed{b}$ $f(x) - f(x_0) - (x - x_0) = o(x - x_0)$ per $x \to x_0$; $\boxed{c}$ $f(x) + (x - x_0)^2$ ha un minimo locale in x_0; $\boxed{d}$ $f(x) + (x - x_0)$ cambia segno in x_0.

4. Quante sono le soluzioni $z \in \mathbf{C}$ dell'equazione $z^2 + 2\bar{z} = -1$? $\boxed{a}$ 4; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 3.

5. Se $y = y(t)$ è la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2ty + t^3 \\ y(0) = 3/2 \end{cases}$$

allora $y(2) =$ $\boxed{a}$ $e^2 + 3/2$; $\boxed{b}$ $2e^4 - 5/2$; $\boxed{c}$ $e^4 - 3/2$; $\boxed{d}$ $2e^2 + 5/2$.

6. $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \cos(4t + \pi/2)\, dt =$ $\boxed{a}$ $-1/2$; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ -1; $\boxed{d}$ -2.

7. Sia $E \subset \mathbf{R}$ tale che ogni punto di E sia un punto di accumulazione per E. Quale delle seguenti affermazioni è necessariamente vera? $\boxed{a}$ Se $x \in \partial E$ allora esiste $y \in E$ tale che $0 < |x - y| < 10^{-2}$; $\boxed{b}$ E è aperto in $\mathbf{R}$; $\boxed{c}$ Se $x \in \partial E$ allora $x \in E$; $\boxed{d}$ Se E è limitato allora E ha massimo e minimo.

8. L'insieme degli $\alpha > 0$ per i quali converge la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2^{-n} + 1)}{n^{2\alpha} + n^2 + 1}$$

è: $\boxed{a}$ $\alpha > 3$; $\boxed{b}$ $\alpha > 0$; $\boxed{c}$ $\alpha > 1$; $\boxed{d}$ $\alpha > 2$.

ANALISI MATEMATICA A – Secondo Appello	4 luglio 2016

1. (6 punti) Sia $f(x) := \begin{cases} -e^x(x+2) & \text{se } x \le 0 \\ 2^{-x}+1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$ e $F(x) := \int_1^x f(t)\,dt$.

Studiate l'andamento di F (continuità, derivabilità, limiti agli estremi del suo naturale campo di esistenza, punti di massimo o minimo locale) e disegnatene approssimativamente il grafico.

Discutete se F ha punti di massimo o minimo assoluto in $\mathbf{R}$.

ANALISI MATEMATICA A – Secondo Appello	4 luglio 2016

2.a. (3 punti) Scrivete l'equazione del piano tangente in $(0, 0, 0)$ alla superficie S definita da

$$S = \{(x, y, z) : z - e^{x+y} + xe^z + 1 = 0\}.$$

Suggerimento: La superficie S è il grafico di una funzione definita implicitamente ...

2.b. (4 punti) Studiate, in funzione di $\beta \in \mathbf{R}$, la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^\beta} \log\left(\frac{2 + n^2}{n^2}\right).$$

3.a. (3 punti) Sia $G : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da $G(x,y) := x^2y + x2^y$.
Calcolate il polinomio di Taylor di G di grado 2 e con centro in $(x_0, y_0) = (2, 1)$.

3.b. (4 punti) Sia T la regione piana limitata dalla parabola p di equazione $y = x(x-1)$ e dalle rette r_1 e r_2, rispettivamente tangenti alla parabola p nei punti di ascissa $x = 0$ e $x = 3$.
Calcolate l'area di T.