ANALISI MATEMATICA 1 – Primo Appello	23 gennaio 2017

1. (4 punti) Trovate per quali valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ si ha che

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 + x} - \alpha x - 2\beta = 1$$

2. (4 punti) Studiate, in funzione del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_1^2 \frac{1}{(x-1)^\alpha (\log x)^2} \, dx; .$$

ANALISI MATEMATICA 1 – Primo Appello	**23 gennaio 2017**

1. (4 punti) Trovate per quali valori dei parametri $\alpha, \beta \in \mathbf{R}$ si ha che

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^2 + x} - 2\alpha x - \beta = 1$$

2. (4 punti) Studiate, in funzione del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$, la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha (\log x)^2}\, dx.$$

3. (6 punti) Sia $F : [0, +\infty) \to \mathbf{R}$ definita da $F(x) := \displaystyle\int_1^x \frac{\sqrt{t} - 2}{t + 2}\, dt.$

1. Studiate l'andamento di F in $[0, +\infty)$ e disegnatene approssimativamente il grafico.
2. Calcolate il valore minimo di F in $[0, +\infty)$.

3. (8 punti)
(a) Date la definizione di funzione monotona ed *enunciate* un teorema riguardante una proprietà delle funzioni monotone.
(b) Dimostrate il seguente enunciato:
se $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ è monotona crescente e se $\sup\{f(x) : x \in \mathbf{R}\} = 2$ allora $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$.