ANALISI MATEMATICA 1 – Secondo Appello	**13 febbraio 2017**

1a. (4 punti) Sia $D \subset \mathbf{C}$ il sottoinsieme $D := \{z \in \mathbf{C} \ : |Re\, z| \leq \sqrt{2}, \quad |z| < 2\}$.

Disegnate D e calcolatene l'area.

1b. (4 punti) Studiate, in funzione di $\beta \in \mathbf{R}$, la convergenza della serie: $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} n^\beta \left(2^{1/n^2} - 1\right)$.

ANALISI MATEMATICA 1 – Secondo Appello	**13 febbraio 2017**

2. (7 punti) Sia $g : (-1, +\infty) \to \mathbf{R}$ definita da $g(x) := x^2 - x - \log(1 + x)$.

1. Trovate quanti sono e di che ordine sono gli zeri di g in $(-1, +\infty)$ e disegnate approssimativamente il grafico di g (studiate segno, eventuali massimi e minimi e limiti agli estremi del dominio).
2. Determinate per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ è convergente: $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^\alpha}{x^2 - x - \log(1 + x)}\, dx.$
3. Cosa potete dire sulla convergenza di $\displaystyle\int_0^2 \frac{x^\alpha}{x^2 - x - \log(1 + x)}\, dx$?

ANALISI MATEMATICA 1 – Secondo Appello	**13 febbraio 2017**

3. (7 punti)

(a) Date la definizione di funzione Riemann integrabile su un intervallo $[a, b]$.
(b) Dimostrate che: se $f : [a, b] \to \mathbf{R}$ è continua, non negativa e $f(a) > 0$ allora $\int_a^b f(x)\,dx > 0$.