

1. (6 punti) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{x^3}\right) - 3e^{-x}}{\frac{1}{x^2} - \frac{2}{2x^2 + x}}.$$

1. (6 punti) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{3}{3x^2 + x} - \frac{1}{x^2}}{2e^{-x} - \log\left(1 + \frac{2}{x^3}\right)}.$$

1. (6 punti) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2}{x - 2x^2} + \frac{1}{x^2}}{e^{-2x} + \sin\left(\frac{2}{x^3}\right)}.$$

1. (6 punti) Si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log\left(1 - \frac{2}{x^3}\right) + e^{-3x}}{\frac{3}{x - 3x^2} + \frac{1}{x^2}}.$$

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{x}{2+3x^2} y(x) + x \\ y(0) = \frac{2}{5}. \end{cases}$$

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{2x}{1+3x^2} y(x) - x \\ y(0) = -\frac{1}{4}. \end{cases}$$

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{3x}{2+x^2} y(x) + 2x \\ y(0) = -4. \end{cases}$$

2. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{2x}{1+2x^2} y(x) - x \\ y(0) = -\frac{1}{2}. \end{cases}$$



**3. (6 punti)** Sia  $f(x) = \begin{cases} -2x + 3 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ (x - 2)^2 & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ . Disegnate il grafico di  $f$  per  $x \in [0, 2]$ .

Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq f(x)\}$ . Calcolate il volume  $V_x$  ottenuto facendo ruotare  $D$  attorno all'asse  $x$ . Calcolate il volume  $V_y$  ottenuto facendo ruotare  $D$  attorno all'asse  $y$ .

**3. (6 punti)** Sia  $f(x) = \begin{cases} -2x + 4 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{2}(x-3)^2 & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ . Disegnate il grafico di  $f$  per  $x \in [0, 2]$ .

Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq f(x)\}$ . Calcolate il volume  $V_x$  ottenuto facendo ruotare  $D$  attorno all'asse  $x$ . Calcolate il volume  $V_y$  ottenuto facendo ruotare  $D$  attorno all'asse  $y$ .

**3. (6 punti)** Sia  $f(x) = \begin{cases} -x + 4 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 3(x - 2)^2 & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ . Disegnate il grafico di  $f$  per  $x \in [0, 2]$ .

Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq f(x)\}$ . Calcolate il volume  $V_x$  ottenuto facendo ruotare  $D$  attorno all'asse  $x$ . Calcolate il volume  $V_y$  ottenuto facendo ruotare  $D$  attorno all'asse  $y$ .

**3. (6 punti)** Sia  $f(x) = \begin{cases} -x + 2 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{4}(x - 3)^2 & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$ . Disegnate il grafico di  $f$  per  $x \in [0, 2]$ .

Sia  $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq f(x)\}$ . Calcolate il volume  $V_x$  ottenuto facendo ruotare  $D$  attorno all'asse  $x$ . Calcolate il volume  $V_y$  ottenuto facendo ruotare  $D$  attorno all'asse  $y$ .