

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di quarto grado e di centro $x_0 = 0$ di

$$f(x) = (\log(1 - 2x))^2 - (\sin(3x))^2.$$

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di quarto grado e di centro $x_0 = 0$ di

$$f(x) = (1 - \cos(2x))^2 - (\log(1 - 3x))^2.$$

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di quarto grado e di centro $x_0 = 0$ di

$$f(x) = (\sin(2x))^2 - (e^{3x} - 1)^2.$$

1. (6 punti) Si determini il polinomio di Taylor di quarto grado e di centro $x_0 = 0$ di

$$f(x) = (e^{2x} - 1)^2 - (1 - \cos(3x))^2.$$

2. (6 punti) Data la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ così definita

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x}{2x^2+1} & \text{se } x > \frac{1}{2} \\ -x + \frac{4}{3} & \text{se } 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ -x^3 - 2x^2 - x - 1 & \text{se } x \leq 0, \end{cases}$$

determinarne gli eventuali valori di massimo assoluto e di minimo assoluto, di massimo relativo e di minimo relativo e i punti in cui essi sono raggiunti. Inoltre disegnarne qualitativamente il grafico (non sono richiesti punti di azzeramento e studio della convessità/concavità).

2. (6 punti) Data la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ così definita

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x^2+2x}{2x^2+1} & \text{se } x > \frac{1}{2} \\ x - \frac{4}{3} & \text{se } 0 < x \leq \frac{1}{2} \\ x^3 + 2x^2 + x + 1 & \text{se } x \leq 0, \end{cases}$$

determinarne gli eventuali valori di massimo assoluto e di minimo assoluto, di massimo relativo e di minimo relativo e i punti in cui essi sono raggiunti. Inoltre disegnarne qualitativamente il grafico (non sono richiesti punti di azzeramento e studio della convessità/concavità).

2. (6 punti) Data la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ così definita

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-2x}{2x^2+1} & \text{se } x < -\frac{1}{2} \\ x + \frac{4}{3} & \text{se } -\frac{1}{2} \leq x < 0 \\ x^3 - 2x^2 + x - 1 & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

determinarne gli eventuali valori di massimo assoluto e di minimo assoluto, di massimo relativo e di minimo relativo e i punti in cui essi sono raggiunti. Inoltre disegnarne qualitativamente il grafico (non sono richiesti punti di azzeramento e studio della convessità/concavità).

2. (6 punti) Data la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ così definita

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x-x^2}{2x^2+1} & \text{se } x < -\frac{1}{2} \\ -x - \frac{4}{3} & \text{se } -\frac{1}{2} \leq x < 0 \\ -x^3 + 2x^2 - x + 1 & \text{se } x \geq 0, \end{cases}$$

determinarne gli eventuali valori di massimo assoluto e di minimo assoluto, di massimo relativo e di minimo relativo e i punti in cui essi sono raggiunti. Inoltre disegnarne qualitativamente il grafico (non sono richiesti punti di azzeramento e studio della convessità/concavità).

3. (6 punti) Per ogni $\beta \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 2y = \cos x \\ y(0) = \beta, \end{cases}$$

e quindi si determini per quali valore di β la soluzione soddisfa $y(\pi) = 0$.

3. (6 punti) Per ogni $\beta \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 3y = \sin x \\ y(0) = \beta, \end{cases}$$

e quindi si determini per quali valore di β la soluzione soddisfa $y(\pi) = 0$.

3. (6 punti) Per ogni $\beta \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - 3y = \cos x \\ y(0) = \beta, \end{cases}$$

e quindi si determini per quali valore di β la soluzione soddisfa $y(\pi) = 0$.

3. (6 punti) Per ogni $\beta \in \mathbf{R}$ si determini la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - 2y = \sin x \\ y(0) = \beta, \end{cases}$$

e quindi si determini per quali valore di β la soluzione soddisfa $y(\pi) = 0$.