

**1. (6 punti)**

Fissato  $k > 0$ , calcolare per  $x \in [0, k]$  l'area  $A_k$  della regione compresa tra il grafico della funzione  $f(x) = x - 2 \arctan x$  e la retta passante per il punto  $(0, -\pi)$  e di pendenza 1.

Quanto vale  $\lim_{k \rightarrow 0^+} \frac{A_k}{k}$ ?

**1. (6 punti)**

Fissato  $k > 0$ , calcolare per  $x \in [0, k]$  l'area  $A_k$  della regione compresa tra il grafico della funzione  $f(x) = x - \arctan(2x)$  e la retta passante per il punto  $(0, -\pi/2)$  e di pendenza 1.

Quanto vale  $\lim_{k \rightarrow 0^+} \frac{A_k}{k}$ ?

**1. (6 punti)**

Fissato  $k > 0$ , calcolare per  $x \in [0, k]$  l'area  $A_k$  della regione compresa tra il grafico della funzione  $f(x) = \arctan x - 2x$  e la retta passante per il punto  $(0, \pi/2)$  e di pendenza  $-2$ .

Quanto vale  $\lim_{k \rightarrow 0^+} \frac{A_k}{k}$ ?

**1. (6 punti)**

Fissato  $k > 0$ , calcolare per  $x \in [0, k]$  l'area  $A_k$  della regione compresa tra il grafico della funzione  $f(x) = \arctan(x/2) - x$  e la retta passante per il punto  $(0, \pi/2)$  e di pendenza  $-1$ .

Quanto vale  $\lim_{k \rightarrow 0^+} \frac{A_k}{k}$ ?

**2. (6 punti)**

Si disegni qualitativamente il grafico della funzione  $g(x) = x^2(2 - \log |x|)$  (insieme di definizione, limiti, crescita/decrecenza; convessità/concavità).

Determinarne quindi, se esistono, il valore di massimo assoluto e il valore di minimo assoluto.

**2. (6 punti)**

Si disegni qualitativamente il grafico della funzione  $g(x) = x^3(1 + \log |x|)$  (insieme di definizione, limiti, crescita/decrecenza; convessità/concavità).

Determinarne quindi, se esistono, il valore di massimo assoluto e il valore di minimo assoluto.

**2. (6 punti)**

Si disegni qualitativamente il grafico della funzione  $g(x) = x^2(2 - \log |2x|)$  (insieme di definizione, limiti, crescita/decrecenza; convessità/concavità).

Determinarne quindi, se esistono, il valore di massimo assoluto e il valore di minimo assoluto.

**2. (6 punti)**

Si disegni qualitativamente il grafico della funzione  $g(x) = x^3(1 - \log |x|)$  (insieme di definizione, limiti, crescita/decrecenza; convessità/concavità).

Determinarne quindi, se esistono, il valore di massimo assoluto e il valore di minimo assoluto.



**3. (6 punti)**

Si determini la soluzione  $y(t)$  del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y^2 \sin t \\ y(0) = \alpha. \end{cases}$$

Si disegni approssimativamente il grafico della soluzione per  $\alpha = 1$  e per  $\alpha = 1/4$ .

**3. (6 punti)**

Si determini la soluzione  $y(t)$  del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y^2 \cos t \\ y(0) = \beta. \end{cases}$$

Si disegni approssimativamente il grafico della soluzione per  $\beta = 1$  e per  $\beta = 1/4$ .

**3. (6 punti)**

Si determini la soluzione  $y(t)$  del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y^2 \sin(2t) \\ y(0) = \gamma. \end{cases}$$

Si disegni approssimativamente il grafico della soluzione per  $\gamma = 1$  e per  $\gamma = 1/4$ .

**3. (6 punti)**

Si determini la soluzione  $y(t)$  del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = y^2 \cos(2t) \\ y(0) = \delta. \end{cases}$$

Si disegni approssimativamente il grafico della soluzione per  $\delta = 2$  e per  $\delta = 1/4$ .