

1. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si risolva il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = 3e^{2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha. \end{cases}$$

Esistono valori di α per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$?

1. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si risolva il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 4y = 5e^{3x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha. \end{cases}$$

Esistono valori di α per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$?

1. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si risolva il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 2y' + y = 2e^{-x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha. \end{cases}$$

Esistono valori di α per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$?

1. (6 punti) Per ogni valore del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ si risolva il problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4y = 4e^{-2x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = \alpha. \end{cases}$$

Esistono valori di α per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = 0$?

2. (6 punti) Sia f definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 9}{x^2 + 3x + 9}.$$

Determinato il suo insieme di definizione, trovate:

- se esistono, i massimi e minimi locali ed assoluti di f nel suo insieme di definizione;
- i massimi e minimi assoluti di f in $[2, 4]$.

2. (6 punti) Sia f definita da

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 4}{x^2 - 2x + 4}.$$

Determinato il suo insieme di definizione, trovate:

- se esistono, i massimi e minimi locali ed assoluti di f nel suo insieme di definizione;
- i massimi e minimi assoluti di f in $[1, 3]$.

2. (6 punti) Sia f definita da

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 16}{x^2 + x + 16}.$$

Determinato il suo insieme di definizione, trovate:

- se esistono, i massimi e minimi locali ed assoluti di f nel suo insieme di definizione;
- i massimi e minimi assoluti di f in $[3, 5]$.

2. (6 punti) Sia f definita da

$$f(x) = \frac{x^2 - x + 9}{x^2 - 2x + 9}.$$

Determinato il suo insieme di definizione, trovate:

- se esistono, i massimi e minimi locali ed assoluti di f nel suo insieme di definizione;
- i massimi e minimi assoluti di f in $[2, 4]$.

3. (6 punti) Si determini per quali valori del parametro $x \neq -2$ la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^2} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^k .$$

è convergente.

3. (6 punti) Si determini per quali valori del parametro $x \neq -1$ la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k}{k^3} \left(\frac{2+x}{1+x} \right)^k .$$

è convergente.

3. (6 punti) Si determini per quali valori del parametro $x \neq -1$ la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k}{3^k} \left(\frac{2+x}{1+x} \right)^k .$$

è convergente.

3. (6 punti) Si determini per quali valori del parametro $x \neq -2$ la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{2^k} \left(\frac{1+x}{2+x} \right)^k .$$

è convergente.