ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

1. (6 punti) Disegnare qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x}{x^3 + 1}\,.$$

In particolare, si determinino: insieme di definizione, limiti agli estremi del dominio di definizione, regioni di crescenza/decrescenza, regioni di convessità/concavità, asintoti, eventuali punti di massimo relativo o di minimo relativo.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

1. (6 punti) Disegnare qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x}{x^3 + 2}\,.$$

In particolare, si determinino: insieme di definizione, limiti agli estremi del dominio di definizione, regioni di crescenza/decrescenza, regioni di convessità/concavità, asintoti, eventuali punti di massimo relativo o di minimo relativo.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

1. (6 punti) Disegnare qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x}{1 - x^3}\,.$$

In particolare, si determinino: insieme di definizione, limiti agli estremi del dominio di definizione, regioni di crescenza/decrescenza, regioni di convessità/concavità, asintoti, eventuali punti di massimo relativo o di minimo relativo.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

1. (6 punti) Disegnare qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x}{2 - x^3}\,.$$

In particolare, si determinino: insieme di definizione, limiti agli estremi del dominio di definizione, regioni di crescenza/decrescenza, regioni di convessità/concavità, asintoti, eventuali punti di massimo relativo o di minimo relativo.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

2. (6 punti) Sia $\alpha > \frac{1}{2}$. Si calcoli

$$\int_e^{e^\alpha} \frac{1}{4x(\log x)^2 - x} dx \, .$$

Si determini quindi α in modo tale che l'integrale sia uguale a $\frac{1}{4}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

2. (6 punti) Sia $\alpha > \frac{1}{3}$. Si calcoli

$$\int_e^{e^\alpha} \frac{1}{9x(\log x)^2 - x} dx \,.$$

Si determini quindi α in modo tale che l'integrale sia uguale a $\frac{1}{12}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

2. (6 punti) Sia $\beta > \frac{1}{4}$. Si calcoli

$$\int_e^{e^\beta} \frac{1}{x - 16x(\log x)^2} dx\,.$$

Si determini quindi β in modo tale che l'integrale sia uguale a $\frac{1}{8}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

2. (6 punti) Sia $\beta > \frac{1}{5}$. Si calcoli

$$\int_e^{e^\beta} \frac{1}{x - 25x(\log x)^2} dx \,.$$

Si determini quindi β in modo tale che l'integrale sia uguale a $\frac{1}{10}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

3. (6 punti) [Si usi la formula di Stirling: $n! \approx \sqrt{2\pi n}\, n^n\, e^{-n}$ quando $n \to \infty$.] (i) Determinare tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}(e^{1-x^2})^n$ è convergente. (ii) Sia $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ la serie che si ottiene quando x è sul bordo dell'insieme di convergenza. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{\alpha}$ è convergente?

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

3. (6 punti) [Si usi la formula di Stirling: $n! \approx \sqrt{2\pi n}\, n^n\, e^{-n}$ quando $n \to \infty$.] (i) Determinare tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}(e^{x^2-1})^n$ è convergente. (ii) Sia $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ la serie che si ottiene quando x è sul bordo dell'insieme di convergenza. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-\alpha}$ è convergente?

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

3. (6 punti) [Si usi la formula di Stirling: $n! \approx \sqrt{2\pi n}\, n^n\, e^{-n}$ quando $n \to \infty$.] (i) Determinare tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \frac{1}{(e^{2-x^2})^n}$ è convergente. (ii) Sia $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ la serie che si ottiene quando x è sul bordo dell'insieme di convergenza. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{-\alpha}$ è convergente?

ANALISI MATEMATICA 1 - Quarto appello	16 luglio 2014

3. (6 punti) [Si usi la formula di Stirling: $n! \approx \sqrt{2\pi n}\, n^n\, e^{-n}$ quando $n \to \infty$.] (i) Determinare tutti i valori $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} \frac{1}{(e^{x^2-2})^n}$ è convergente. (ii) Sia $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ la serie che si ottiene quando x è sul bordo dell'insieme di convergenza. Per quali $\alpha \in \mathbf{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n n^{\alpha}$ è convergente?