

1. (6 punti) Si disegni il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x+2}{x-1} e^{2x}.$$

In particolare: insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, eventuali asintoti obliqui, crescita/decrecita, punti di massimo relativo e di minimo relativo, convessità/concavità (tramite lo studio qualitativo del segno di $f''(x)$).

1. (6 punti) Si disegni il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x-2}{x+1} e^{-2x}.$$

In particolare: insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, eventuali asintoti obliqui, crescita/decrecita, punti di massimo relativo e di minimo relativo, convessità/concavità (tramite lo studio qualitativo del segno di $f''(x)$).

1. (6 punti) Si disegni il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x+3}{x} e^{2x}.$$

In particolare: insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, eventuali asintoti obliqui, crescita/decrecenza, punti di massimo relativo e di minimo relativo, convessità/concavità (tramite lo studio qualitativo del segno di $f''(x)$).

1. (6 punti) Si disegni il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x-3}{x} e^{-2x}.$$

In particolare: insieme di definizione, limiti agli estremi dell'insieme di definizione, eventuali asintoti obliqui, crescita/decrecenza, punti di massimo relativo e di minimo relativo, convessità/concavità (tramite lo studio qualitativo del segno di $f''(x)$).

2. (6 punti) Determinate per quali valori del parametro β l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} (1 + x - \cos x)^\beta x^\beta dx$ è convergente e per quali valori del parametro γ l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} (1 + x^3 - \cos x)^\gamma x^\gamma dx$ è convergente.

2. (6 punti) Determinate per quali valori del parametro β l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} (1 + x - \cos x)^\beta x^{-\beta} dx$ è convergente e per quali valori del parametro γ l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} (1 + x^3 - \cos x)^\gamma x^{-\gamma} dx$ è convergente.

2. (6 punti) Determinate per quali valori del parametro β l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} (x + x^2 - \sin x)^\beta x^\beta dx$ è convergente e per quali valori del parametro γ l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} (x + x^4 - \sin x)^\gamma x^\gamma dx$ è convergente.

2. (6 punti) Determinate per quali valori del parametro β l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} (x + x^2 - \sin x)^\beta x^{-\beta} dx$ è convergente e per quali valori del parametro γ l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} (x + x^4 - \sin x)^\gamma x^{-\gamma} dx$ è convergente.

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 5y = \sin(2t) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 10y = \sin(3t) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 8y = \sin(2t) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 4y' + 5y = \sin(t) \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$