

1. (6 punti) Si determini il volume del solido ottenuto ruotando attorno all'asse Y l'insieme

$$K = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \sqrt{\pi}, 0 \leq y \leq 4 + x^2 \sin(2x^2)\}.$$

1. (6 punti) Si determini il volume del solido ottenuto ruotando attorno all'asse Y l'insieme

$$K = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \sqrt{\pi}, 0 \leq y \leq 4 + x^2 \cos(2x^2)\}.$$

1. (6 punti) Si determini il volume del solido ottenuto ruotando attorno all'asse Y l'insieme

$$K = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \sqrt{\pi}, 0 \leq y \leq 4 - x^2 \sin(3x^2)\}.$$

1. (6 punti) Si determini il volume del solido ottenuto ruotando attorno all'asse Y l'insieme

$$K = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \sqrt{\pi}, 0 \leq y \leq 4 - x^2 \cos(3x^2)\}.$$

2. (6 punti) Per ogni $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ sia $f(x) = \int_1^x \frac{\log(1 + s^{-\alpha}) \arctan(s^\beta)}{s^{2\alpha-\beta+2}} ds, x \geq 1$. i) Determinare tutti i valori α e β per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ esiste finito. ii) Determinare tutti i valori α e β per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ esiste finito. iii) Per $\alpha = 0$ e $\beta = 0$ calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. (6 punti) Per ogni $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$ sia $f(x) = \int_1^x \frac{\log(1 + s^{-\alpha}) \arctan(s^{-2\beta})}{s^{2\alpha - \beta + 2}} ds$, $x \geq 1$. i) Determinare tutti i valori α e β per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ esiste finito. ii) Determinare tutti i valori α e β per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ esiste finito. iii) Per $\alpha = 0$ e $\beta = 0$ calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. (6 punti) Per ogni $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ sia $f(x) = \int_1^x \frac{\log(1 + s^{-2\beta}) \arctan(s^\beta)}{s^{2\alpha - \beta + 2}} ds, x \geq 1$. i) Determinare tutti i valori α e β per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ esiste finito. ii) Determinare tutti i valori α e β per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ esiste finito. iii) Per $\alpha = 0$ e $\beta = 0$ calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2. (6 punti) Per ogni $\alpha \geq 0, \beta \geq 0$ sia $f(x) = \int_1^x \frac{\log(1 + s^{-\beta}) \arctan(s^\alpha)}{s^{\alpha-2\beta+2}} ds, x \geq 1$. i) Determinare tutti i valori α e β per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ esiste finito. ii) Determinare tutti i valori α e β per cui $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ esiste finito. iii) Per $\alpha = 0$ e $\beta = 0$ calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = xe^{x^2}(4 + y^2) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Qual è il valore $x_0 > 0$ per cui $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y(x) = +\infty$?

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2 e^{x^3} (9 + y^2) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Qual è il valore $x_0 > 0$ per cui $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y(x) = +\infty$?

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 4xe^{-x^2}(9 + y^2) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Qual è il valore $x_0 > 0$ per cui $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y(x) = +\infty$?

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y = y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 6x^2 e^{-x^3} (4 + y^2) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Qual è il valore $x_0 > 0$ per cui $\lim_{x \rightarrow x_0^-} y(x) = +\infty$?