

1. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y^2 - 3y + 1 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Se la soluzione è definita per ogni $x \geq 0$, calcolate inoltre $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$.

1. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y^2 - y - 1 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Se la soluzione è definita per ogni $x \geq 0$, calcolate inoltre $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$.

1. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y^2 + y - 1 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Se la soluzione è definita per ogni $x \geq 0$, calcolate inoltre $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$.

1. (6 punti) Risolvete il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2y^2 + 3y + 1 \\ y(0) = 0. \end{cases}$$

Se la soluzione è definita per ogni $x \geq 0$, calcolate inoltre $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$.

2. (6 punti) Per ogni $a > 0$ si calcolino l'area della superficie ottenuta facendo ruotare il grafico

$$G = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, y = f(x)\} \quad , \quad f(x) = \begin{cases} ax & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \\ 2a - ax & \text{per } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

attorno all'asse Y e l'area della superficie ottenuta facendo ruotare G attorno all'asse X .
Si determini il valore di a per cui le due aree sono uguali.

2. (6 punti) Per ogni $a > 0$ si calcolino l'area della superficie ottenuta facendo ruotare il grafico

$$G = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, y = f(x)\} \quad , \quad f(x) = \begin{cases} a - ax & \text{per } 0 \leq x \leq 1 \\ ax - a & \text{per } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

attorno all'asse Y e l'area della superficie ottenuta facendo ruotare G attorno all'asse X .
Si determini il valore di a per cui le due aree sono uguali.

2. (6 punti) Per ogni $b > 0$ si calcolino l'area della superficie ottenuta facendo ruotare il grafico

$$G = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 4, y = f(x)\} \quad , \quad f(x) = \begin{cases} bx + 1 & \text{per } 0 \leq x \leq 2 \\ 4b + 1 - bx & \text{per } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

attorno all'asse Y e l'area della superficie ottenuta facendo ruotare G attorno all'asse X .
Si determini il valore di b per cui le due aree sono uguali.

2. (6 punti) Per ogni $b > 0$ si calcolino l'area della superficie ottenuta facendo ruotare il grafico

$$G = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 4, y = f(x)\} \quad , \quad f(x) = \begin{cases} 2b + 1 - bx & \text{per } 0 \leq x \leq 2 \\ bx + 1 - 2b & \text{per } 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

attorno all'asse Y e l'area della superficie ottenuta facendo ruotare G attorno all'asse X .
Si determini il valore di b per cui le due aree sono uguali.

3. (6 punti) Trovate, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto in $(-\infty, +\infty)$ di

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2+x+1} & \text{per } x \geq 0 \\ \frac{1}{x-1} & \text{per } x < 0. \end{cases}$$

3. (6 punti) Trovate, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto in $(-\infty, +\infty)$ di

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & \text{per } x \geq 0 \\ \frac{x+1}{x^2-x+1} & \text{per } x < 0. \end{cases}$$

3. (6 punti) Trovate, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto in $(-\infty, +\infty)$ di

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2-2x+2} & \text{per } x \geq 0 \\ \frac{1}{x-2} & \text{per } x < 0. \end{cases}$$

3. (6 punti) Trovate, se esistono, i punti di massimo e minimo assoluto in $(-\infty, +\infty)$ di

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+2} & \text{per } x \geq 0 \\ \frac{x+1}{x^2+2x+2} & \text{per } x < 0. \end{cases}$$