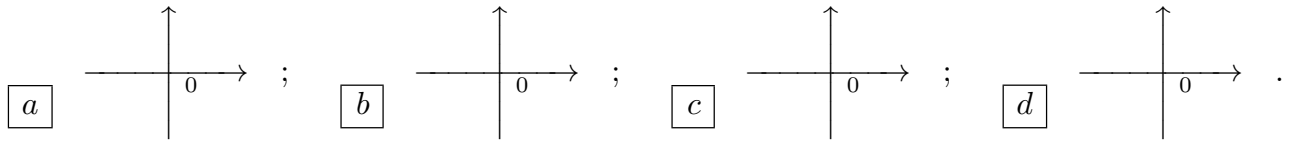


1. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f(a) = 1$ e $f(b) = \frac{5}{2}$. Qualunque sia la funzione f con tali proprietà, in quale intervallo $[a, b]$ esiste almeno un punto c tale che $f'(c) = \frac{1}{2}$? a $[a, b] = [1, 5]$; b $[a, b] = [1, 6]$; c $[a, b] = [1, 4]$; d $[a, b] = [1, 3]$.

2. Il grafico qualitativo della della funzione $q(x) = \frac{1-e^x}{x^4+x^3}$ vicino a $(0, 0)$ è:



3. L'insieme nel quale la funzione $f(x) = e^x(x^2 - 3)$ è crescente è: a $\{x \leq -4\} \cup \{x \geq 2\}$; b $\{x \leq -6\} \cup \{x \geq 4\}$; c $\{x \leq -3\} \cup \{x \geq 1\}$; d $\{x \leq -5\} \cup \{x \geq 3\}$.

4. Se $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione derivabile in $x_0 \in \mathbf{R}$ allora $f'(x_0) =$ a $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + h)}{h}$;
 b $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) + f(x_0)}{h}$; c $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x + x_0)}{x_0 - x}$; d $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$.

5. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{\cos x - \sin x}{x^2 + 1}$ nel punto $(\pi, g(\pi))$ è $(\pi^2 + 1)^2 y =$ a $-(\pi + 1)^2 x + \pi^3 + 3\pi^2 + \pi + 1$; b $(\pi - 1)^2 x - \pi^3 + 3\pi^2 - \pi + 1$;
 c $(\pi + 1)^2 x - \pi^3 - 3\pi^2 - \pi - 1$; d $-(\pi - 1)^2 x + \pi^3 - 3\pi^2 + \pi - 1$.

6. Per quale funzione $f(x)$ l'equazione $f(x) + 2^x + 2 = 0$ ha una soluzione per $x \in [0, 1]$?
 a $f(x) = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; b $f(x) = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; c $f(x) = -\frac{9}{2} + \log_2(1 + x)$; d $f(x) = \frac{1}{2} + 2 \log_2(1 + x)$.

7. Sia $f(t) = t^3 + t$; il valore $(f^{-1})'(2)$ è: a $\frac{1}{2}$; b $\frac{1}{3}$; c $\frac{1}{4}$; d $\frac{1}{6}$.

8. Per quali valori dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}, \beta \in \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\alpha x} - \alpha}{x^2 + 1} & \text{se } x > 0 \\ \frac{2 \sin(\beta x)}{(x-1)^2} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile?
 a $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{3}$; b $\alpha = 2, \beta = \frac{4}{3}$; c $\alpha = 2, \beta = 2$; d $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$.

9. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, f(-1) = f(0) = f(1) = 1$. Allora, qualsiasi sia la funzione f che soddisfi a tali proprietà, è vero che: a f non è detto che abbia né massimo assoluto né minimo assoluto su \mathbf{R} ; b f ha sia massimo assoluto che minimo assoluto su \mathbf{R} ; c f ha minimo assoluto ma non è detto che abbia massimo assoluto su \mathbf{R} ; d f ha massimo assoluto ma non è detto che abbia minimo assoluto su \mathbf{R} .

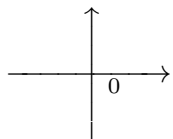
10. Per $w > 0$ sia $g(w) = w \log(1 + w)$ e sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $f(x) > 0$. Allora la derivata della funzione composta $g \circ f$ è data da $(g \circ f)' =$ a $\frac{f'}{1+f} [f - (1 + f) \log(1 + f)]$; b $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f + (1 + f) \log(1 + f)]$; c $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f - (1 + f) \log(1 + f)]$; d $\frac{f'}{1+f} [f + (1 + f) \log(1 + f)]$.

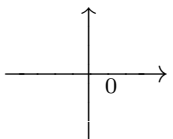
1. Per quale funzione $f(x)$ l'equazione $f(x) + 2^x + 1 = 0$ ha una soluzione per $x \in [0, 1]$?
 a $f(x) = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; b $f(x) = -\frac{9}{2} + \log_2(1+x)$; c $f(x) = \frac{1}{2} + 2\log_2(1+x)$; d $f(x) = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$.
2. L'insieme nel quale la funzione $f(x) = e^x(x^2 - 8)$ è crescente è: a $\{x \leq -6\} \cup \{x \geq 4\}$;
 b $\{x \leq -3\} \cup \{x \geq 1\}$; c $\{x \leq -5\} \cup \{x \geq 3\}$; d $\{x \leq -4\} \cup \{x \geq 2\}$.
3. Sia $f(t) = t^3 + 2t$; il valore $(f^{-1})'(0)$ è: a $\frac{1}{3}$; b $\frac{1}{4}$; c $\frac{1}{6}$; d $\frac{1}{2}$.
4. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$, $f(-1) = f(0) = f(1) = -1$. Allora, qualsiasi sia la funzione f che soddisfi a tali proprietà, è vero che:
 a f ha sia massimo assoluto che minimo assoluto su \mathbf{R} ; b f ha minimo assoluto ma non è detto che abbia massimo assoluto su \mathbf{R} ; c f ha massimo assoluto ma non è detto che abbia minimo assoluto su \mathbf{R} ; d f non è detto che abbia né massimo assoluto né minimo assoluto su \mathbf{R} .
5. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f(a) = 4$ e $f(b) = 5$. Qualunque sia la funzione f con tali proprietà, in quale intervallo $[a, b]$ esiste almeno un punto c tale che $f'(c) = \frac{1}{2}$? a $[a, b] = [1, 6]$; b $[a, b] = [1, 4]$; c $[a, b] = [1, 3]$; d $[a, b] = [1, 5]$.
6. Per quali valori dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}$, $\beta \in \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\alpha x} - \alpha}{x^2 + 1} & \text{se } x > 0 \\ \frac{3 \sin(\beta x)}{(x-1)^2} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile?
 a $\alpha = 2, \beta = \frac{4}{3}$; b $\alpha = 2, \beta = 2$; c $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$; d $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{3}$.
7. Se $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione derivabile in $x_0 \in \mathbf{R}$ allora $f'(x_0) =$ a $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$
; b $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x - x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$; c $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$; d $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) + f(x_0 - h)}{h}$.
8. Il grafico qualitativo della della funzione $q(x) = \frac{1-e^x}{x^5+x^4}$ vicino a $(0, 0)$ è:
- a

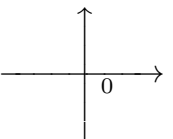
b

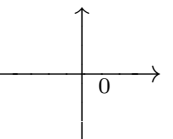
c

d
9. Per $w > 0$ sia $g(w) = \frac{1}{w} \log(1+w)$ e sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $f(x) > 0$. Allora la derivata della funzione composta $g \circ f$ è data da $(g \circ f)' =$
 a $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f + (1+f) \log(1+f)]$; b $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f - (1+f) \log(1+f)]$; c $\frac{f'}{1+f} [f + (1+f) \log(1+f)]$; d $\frac{f'}{1+f} [f - (1+f) \log(1+f)]$.
10. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{\sin x + \cos x}{x^2 + 1}$ nel punto $(\pi, g(\pi))$ è $(\pi^2 + 1)^2 y =$ a $(\pi - 1)^2 x - \pi^3 + 3\pi^2 - \pi + 1$; b $(\pi + 1)^2 x - \pi^3 - 3\pi^2 - \pi - 1$;
 c $-(\pi - 1)^2 x + \pi^3 - 3\pi^2 + \pi - 1$; d $-(\pi + 1)^2 x + \pi^3 + 3\pi^2 + \pi + 1$.

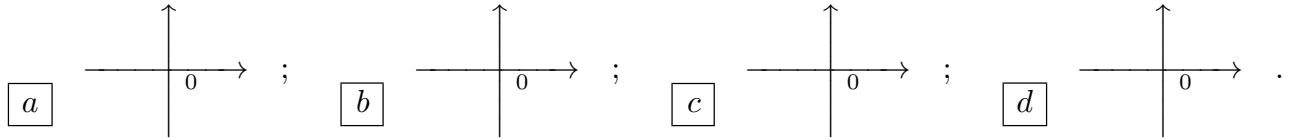
1. Per quali valori dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}$, $\beta \in \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{2e^{\alpha x} - \alpha}{x^2 + 1} & \text{se } x > 0 \\ \frac{2 \sin(\beta x)}{(x-1)^2} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile?
 a $\alpha = 2, \beta = 2$; b $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$; c $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{3}$; d $\alpha = 2, \beta = \frac{4}{3}$.
2. Sia $f(t) = t^5 + t$; il valore $(f^{-1})'(2)$ è: a $\frac{1}{4}$; b $\frac{1}{6}$; c $\frac{1}{2}$; d $\frac{1}{3}$.
3. Se $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione derivabile in $x_0 \in \mathbf{R}$ allora $f'(x_0) =$ a $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) + f(x_0)}{h}$
; b $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$; c $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x + x_0)}{x_0 - x}$; d $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + h)}{h}$.
4. Per $w > 0$ sia $g(w) = \frac{1}{w} \log(1 + w)$ e sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $f(x) > 0$. Allora la derivata della funzione composta $g \circ f$ è data da $(g \circ f)' =$
 a $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f - (1+f) \log(1+f)]$; b $\frac{f'}{1+f} [f + (1+f) \log(1+f)]$; c $\frac{f'}{1+f} [f - (1+f) \log(1+f)]$;
 d $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f + (1+f) \log(1+f)]$.
5. Per quale funzione $f(x)$ l'equazione $f(x) - 2^x = 0$ ha una soluzione per $x \in [0, 1]$? a $f(x) = -\frac{9}{2} + \log_2(1 + x)$; b $f(x) = \frac{1}{2} + 2 \log_2(1 + x)$; c $f(x) = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; d $f(x) = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$.
6. Il grafico qualitativo della della funzione $q(x) = \frac{\sin x}{x^4 + x^3}$ vicino a $(0, 0)$ è:
- a 

b 

c 

d 
7. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$, $f(-1) = f(0) = f(1) = 2$. Allora, qualsiasi sia la funzione f che soddisfi a tali proprietà, è vero che: a f ha minimo assoluto ma non è detto che abbia massimo assoluto su \mathbf{R} ; b f ha massimo assoluto ma non è detto che abbia minimo assoluto su \mathbf{R} ; c f non è detto che abbia né massimo assoluto né minimo assoluto su \mathbf{R} ; d f ha sia massimo assoluto che minimo assoluto su \mathbf{R} .
8. L'insieme nel quale la funzione $f(x) = e^x(x^2 - 15)$ è crescente è: a $\{x \leq -3\} \cup \{x \geq 1\}$;
 b $\{x \leq -5\} \cup \{x \geq 3\}$; c $\{x \leq -4\} \cup \{x \geq 2\}$; d $\{x \leq -6\} \cup \{x \geq 4\}$.
9. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{\sin x - \cos x}{x^2 + 1}$ nel punto $(\pi, g(\pi))$ è $(\pi^2 + 1)^2 y =$ a $(\pi + 1)^2 x - \pi^3 - 3\pi^2 - \pi - 1$; b $-(\pi - 1)^2 x + \pi^3 - 3\pi^2 + \pi - 1$;
 c $-(\pi + 1)^2 x + \pi^3 + 3\pi^2 + \pi + 1$; d $(\pi - 1)^2 x - \pi^3 + 3\pi^2 - \pi + 1$.
10. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f(a) = 4$ e $f(b) = 6$. Qualunque sia la funzione f con tali proprietà, in quale intervallo $[a, b]$ esiste almeno un punto c tale che $f'(c) = \frac{1}{2}$? a $[a, b] = [1, 4]$; b $[a, b] = [1, 3]$; c $[a, b] = [1, 5]$; d $[a, b] = [1, 6]$.

1. Il grafico qualitativo della della funzione $q(x) = \frac{\sin x}{x^5+x^4}$ vicino a $(0,0)$ è:



2. Se $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione derivabile in $x_0 \in \mathbf{R}$ allora $f'(x_0) =$ a $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$;
 b $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x - x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$; c $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) + f(x_0 - h)}{h}$; d $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$.

3. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$, $f(-1) = 1$, $f(1) = 4$. Allora, qualsiasi sia la funzione f che soddisfi a tali proprietà, è vero che: a f ha massimo assoluto ma non è detto che abbia minimo assoluto su \mathbf{R} ; b f non è detto che abbia né massimo assoluto né minimo assoluto su \mathbf{R} ; c f ha sia massimo assoluto che minimo assoluto su \mathbf{R} ; d f ha minimo assoluto ma non è detto che abbia massimo assoluto su \mathbf{R} .

4. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{-\cos x - \sin x}{x^2+1}$ nel punto $(\pi, g(\pi))$ è $(\pi^2 + 1)^2 y =$ a $-(\pi - 1)^2 x + \pi^3 - 3\pi^2 + \pi - 1$; b $-(\pi + 1)^2 x + \pi^3 + 3\pi^2 + \pi + 1$;
 c $(\pi - 1)^2 x - \pi^3 + 3\pi^2 - \pi + 1$; d $(\pi + 1)^2 x - \pi^3 - 3\pi^2 - \pi - 1$.

5. Per quali valori dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}$, $\beta \in \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{2e^{\alpha x} - \alpha}{x^2+1} & \text{se } x > 0 \\ \frac{3 \sin(\beta x)}{(x-1)^2} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile?
 a $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$; b $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{3}$; c $\alpha = 2, \beta = \frac{4}{3}$; d $\alpha = 2, \beta = 2$.

6. L'insieme nel quale la funzione $f(x) = e^x(x^2 - 24)$ è crescente è: a $\{x \leq -5\} \cup \{x \geq 3\}$;
 b $\{x \leq -4\} \cup \{x \geq 2\}$; c $\{x \leq -6\} \cup \{x \geq 4\}$; d $\{x \leq -3\} \cup \{x \geq 1\}$.

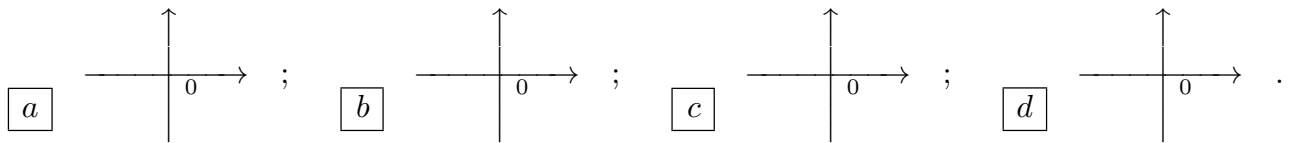
7. Per $w > 0$ sia $g(w) = w \log(1 + w)$ e sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $f(x) > 0$. Allora la derivata della funzione composta $g \circ f$ è data da $(g \circ f)' =$
 a $\frac{f'}{1+f} [f + (1+f) \log(1+f)]$; b $\frac{f'}{1+f} [f - (1+f) \log(1+f)]$; c $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f + (1+f) \log(1+f)]$;
 d $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f - (1+f) \log(1+f)]$.

8. Sia $f(t) = t^5 + 3t$; il valore $(f^{-1})'(0)$ è: a $\frac{1}{6}$; b $\frac{1}{2}$; c $\frac{1}{3}$; d $\frac{1}{4}$.

9. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f(a) = 1$ e $f(b) = \frac{7}{2}$. Qualunque sia la funzione f con tali proprietà, in quale intervallo $[a, b]$ esiste almeno un punto c tale che $f'(c) = \frac{1}{2}$? a $[a, b] = [1, 3]$; b $[a, b] = [1, 5]$; c $[a, b] = [1, 6]$; d $[a, b] = [1, 4]$.

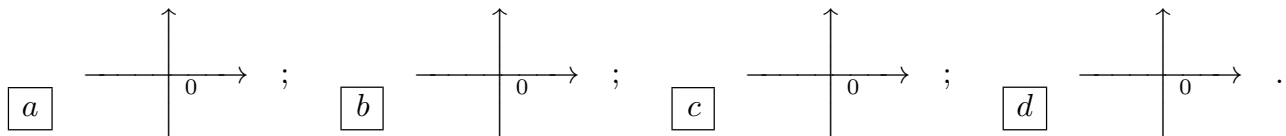
10. Per quale funzione $f(x)$ l'equazione $f(x) - 2^x - 2 = 0$ ha una soluzione per $x \in [0, 1]$?
 a $f(x) = \frac{1}{2} + 2 \log_2(1 + x)$; b $f(x) = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; c $f(x) = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; d $f(x) = -\frac{9}{2} + \log_2(1 + x)$.

1. L'insieme nel quale la funzione $f(x) = e^x(x^2 - 3)$ è crescente è: a $\{x \leq -4\} \cup \{x \geq 2\}$; b $\{x \leq -6\} \cup \{x \geq 4\}$; c $\{x \leq -3\} \cup \{x \geq 1\}$; d $\{x \leq -5\} \cup \{x \geq 3\}$.
2. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$, $f(-1) = f(0) = f(1) = 1$. Allora, qualsiasi sia la funzione f che soddisfi a tali proprietà, è vero che: a f non è detto che abbia né massimo assoluto né minimo assoluto su \mathbf{R} ; b f ha sia massimo assoluto che minimo assoluto su \mathbf{R} ; c f ha minimo assoluto ma non è detto che abbia massimo assoluto su \mathbf{R} ; d f ha massimo assoluto ma non è detto che abbia minimo assoluto su \mathbf{R} .
3. Per $w > 0$ sia $g(w) = w \log(1 + w)$ e sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $f(x) > 0$. Allora la derivata della funzione composta $g \circ f$ è data da $(g \circ f)' =$ a $\frac{f'}{1+f}[f - (1+f) \log(1+f)]$; b $\frac{f'}{(1+f)f^2}[f + (1+f) \log(1+f)]$; c $\frac{f'}{(1+f)f^2}[f - (1+f) \log(1+f)]$; d $\frac{f'}{1+f}[f + (1+f) \log(1+f)]$.
4. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f(a) = 1$ e $f(b) = \frac{5}{2}$. Qualunque sia la funzione f con tali proprietà, in quale intervallo $[a, b]$ esiste almeno un punto c tale che $f'(c) = \frac{1}{2}$? a $[a, b] = [1, 5]$; b $[a, b] = [1, 6]$; c $[a, b] = [1, 4]$; d $[a, b] = [1, 3]$.
5. Il grafico qualitativo della della funzione $q(x) = \frac{\sin x}{x^5 + x^4}$ vicino a $(0, 0)$ è:

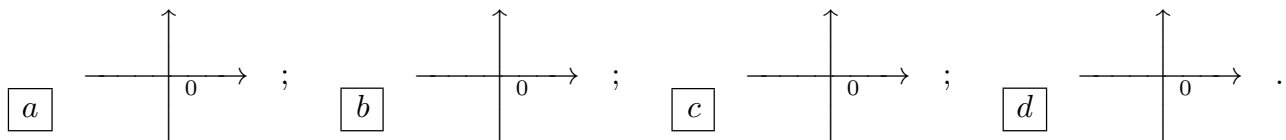


6. Sia $f(t) = t^3 + 2t$; il valore $(f^{-1})'(0)$ è: a $\frac{1}{2}$; b $\frac{1}{3}$; c $\frac{1}{4}$; d $\frac{1}{6}$.
7. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{\cos x - \sin x}{x^2 + 1}$ nel punto $(\pi, g(\pi))$ è $(\pi^2 + 1)^2 y =$ a $-(\pi + 1)^2 x + \pi^3 + 3\pi^2 + \pi + 1$; b $(\pi - 1)^2 x - \pi^3 + 3\pi^2 - \pi + 1$; c $(\pi + 1)^2 x - \pi^3 - 3\pi^2 - \pi - 1$; d $-(\pi - 1)^2 x + \pi^3 - 3\pi^2 + \pi - 1$.
8. Se $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione derivabile in $x_0 \in \mathbf{R}$ allora $f'(x_0) =$ a $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x - x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$; b $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) + f(x_0 - h)}{h}$; c $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$; d $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$.
9. Per quale funzione $f(x)$ l'equazione $f(x) + 2^x + 1 = 0$ ha una soluzione per $x \in [0, 1]$? a $f(x) = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; b $f(x) = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; c $f(x) = -\frac{9}{2} + \log_2(1 + x)$; d $f(x) = \frac{1}{2} + 2 \log_2(1 + x)$.
10. Per quali valori dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}$, $\beta \in \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\alpha x} - \alpha}{x^2 + 1} & \text{se } x > 0 \\ \frac{2 \sin(\beta x)}{(x-1)^2} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile? a $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{3}$; b $\alpha = 2, \beta = \frac{4}{3}$; c $\alpha = 2, \beta = 2$; d $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$.

1. Sia $f(t) = t^5 + 3t$; il valore $(f^{-1})'(0)$ è: $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$.
2. Per $w > 0$ sia $g(w) = \frac{1}{w} \log(1+w)$ e sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $f(x) > 0$. Allora la derivata della funzione composta $g \circ f$ è data da $(g \circ f)' =$
 $\frac{f'}{(1+f)f^2}[f + (1+f)\log(1+f)]$; $\frac{f'}{(1+f)f^2}[f - (1+f)\log(1+f)]$; $\frac{f'}{1+f}[f + (1+f)\log(1+f)]$; $\frac{f'}{1+f}[f - (1+f)\log(1+f)]$.
3. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{-\cos x - \sin x}{x^2+1}$ nel punto $(\pi, g(\pi))$ è $(\pi^2 + 1)^2 y =$ $(\pi - 1)^2 x - \pi^3 + 3\pi^2 - \pi + 1$; $(\pi + 1)^2 x - \pi^3 - 3\pi^2 - \pi - 1$;
 $-(\pi - 1)^2 x + \pi^3 - 3\pi^2 + \pi - 1$; $-(\pi + 1)^2 x + \pi^3 + 3\pi^2 + \pi + 1$.
4. Per quale funzione $f(x)$ l'equazione $f(x) + 2^x + 2 = 0$ ha una soluzione per $x \in [0, 1]$?
 $f(x) = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; $f(x) = -\frac{9}{2} + \log_2(1+x)$; $f(x) = \frac{1}{2} + 2\log_2(1+x)$; $f(x) = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$.
5. L'insieme nel quale la funzione $f(x) = e^x(x^2 - 8)$ è crescente è: $\{x \leq -6\} \cup \{x \geq 4\}$;
 $\{x \leq -3\} \cup \{x \geq 1\}$; $\{x \leq -5\} \cup \{x \geq 3\}$; $\{x \leq -4\} \cup \{x \geq 2\}$.
6. Se $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione derivabile in $x_0 \in \mathbf{R}$ allora $f'(x_0) =$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) + f(x_0 - h)}{h}$
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$; $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$; $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x - x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$.
7. Sia $f: [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f(a) = 4$ e $f(b) = 5$. Qualunque sia la funzione f con tali proprietà, in quale intervallo $[a, b]$ esiste almeno un punto c tale che $f'(c) = \frac{1}{2}$? $[a, b] = [1, 6]$; $[a, b] = [1, 4]$; $[a, b] = [1, 3]$; $[a, b] = [1, 5]$.
8. Sia $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$, $f(-1) = f(0) = f(1) = -1$. Allora, qualsiasi sia la funzione f che soddisfi a tali proprietà, è vero che:
 f ha sia massimo assoluto che minimo assoluto su \mathbf{R} ; f ha minimo assoluto ma non è detto che abbia massimo assoluto su \mathbf{R} ;
 f ha massimo assoluto ma non è detto che abbia minimo assoluto su \mathbf{R} ; f non è detto che abbia né massimo assoluto né minimo assoluto su \mathbf{R} .
9. Per quali valori dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}$, $\beta \in \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\alpha x} - \alpha}{x^2 + 1} & \text{se } x > 0 \\ \frac{3 \sin(\beta x)}{(x-1)^2} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile?
 $\alpha = 2, \beta = \frac{4}{3}$; $\alpha = 2, \beta = 2$; $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$; $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{3}$.
10. Il grafico qualitativo della della funzione $q(x) = \frac{1-e^x}{x^4+x^3}$ vicino a $(0, 0)$ è:



1. Se $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione derivabile in $x_0 \in \mathbf{R}$ allora $f'(x_0) = \boxed{a} \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x - x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$; $\boxed{b} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$; $\boxed{c} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) + f(x_0 - h)}{h}$; $\boxed{d} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$.
2. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{\sin x + \cos x}{x^2 + 1}$ nel punto $(\pi, g(\pi))$ è $(\pi^2 + 1)^2 y = \boxed{a} (\pi + 1)^2 x - \pi^3 - 3\pi^2 - \pi - 1$; $\boxed{b} -(\pi - 1)^2 x + \pi^3 - 3\pi^2 + \pi - 1$; $\boxed{c} -(\pi + 1)^2 x + \pi^3 + 3\pi^2 + \pi + 1$; $\boxed{d} (\pi - 1)^2 x - \pi^3 + 3\pi^2 - \pi + 1$.
3. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f(a) = 1$ e $f(b) = \frac{7}{2}$. Qualunque sia la funzione f con tali proprietà, in quale intervallo $[a, b]$ esiste almeno un punto c tale che $f'(c) = \frac{1}{2}$? $\boxed{a} [a, b] = [1, 4]$; $\boxed{b} [a, b] = [1, 3]$; $\boxed{c} [a, b] = [1, 5]$; $\boxed{d} [a, b] = [1, 6]$.
4. Per quali valori dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}, \beta \in \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{2e^{\alpha x} - \alpha}{x^2 + 1} & \text{se } x > 0 \\ \frac{2 \sin(\beta x)}{(x-1)^2} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile? $\boxed{a} \alpha = 2, \beta = 2$; $\boxed{b} \alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$; $\boxed{c} \alpha = 1, \beta = \frac{1}{3}$; $\boxed{d} \alpha = 2, \beta = \frac{4}{3}$.
5. Sia $f(t) = t^5 + t$; il valore $(f^{-1})'(2)$ è: $\boxed{a} \frac{1}{4}$; $\boxed{b} \frac{1}{6}$; $\boxed{c} \frac{1}{2}$; $\boxed{d} \frac{1}{3}$.
6. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1, f(-1) = f(0) = f(1) = 2$. Allora, qualsiasi sia la funzione f che soddisfi a tali proprietà, è vero che: $\boxed{a} f$ ha minimo assoluto ma non è detto che abbia massimo assoluto su \mathbf{R} ; $\boxed{b} f$ ha massimo assoluto ma non è detto che abbia minimo assoluto su \mathbf{R} ; $\boxed{c} f$ non è detto che abbia né massimo assoluto né minimo assoluto su \mathbf{R} ; $\boxed{d} f$ ha sia massimo assoluto che minimo assoluto su \mathbf{R} .
7. Per quale funzione $f(x)$ l'equazione $f(x) - 2^x - 2 = 0$ ha una soluzione per $x \in [0, 1]$? $\boxed{a} f(x) = -\frac{9}{2} + \log_2(1 + x)$; $\boxed{b} f(x) = \frac{1}{2} + 2 \log_2(1 + x)$; $\boxed{c} f(x) = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; $\boxed{d} f(x) = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$.
8. Per $w > 0$ sia $g(w) = w \log(1 + w)$ e sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $f(x) > 0$. Allora la derivata della funzione composta $g \circ f$ è data da $(g \circ f)' = \boxed{a} \frac{f'}{(1+f)f^2} [f - (1+f) \log(1+f)]$; $\boxed{b} \frac{f'}{1+f} [f + (1+f) \log(1+f)]$; $\boxed{c} \frac{f'}{1+f} [f - (1+f) \log(1+f)]$; $\boxed{d} \frac{f'}{(1+f)f^2} [f + (1+f) \log(1+f)]$.
9. Il grafico qualitativo della della funzione $q(x) = \frac{1 - e^x}{x^5 + x^4}$ vicino a $(0, 0)$ è:



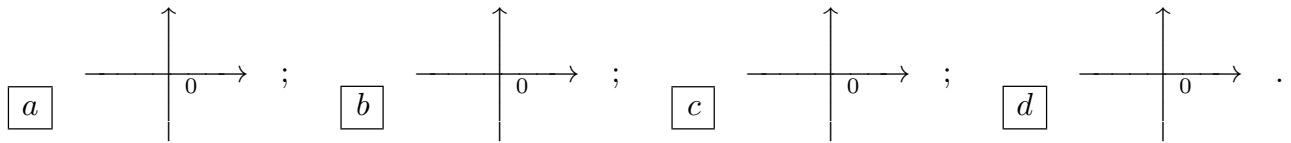
10. L'insieme nel quale la funzione $f(x) = e^x(x^2 - 8)$ è crescente è: $\boxed{a} \{x \leq -3\} \cup \{x \geq 1\}$; $\boxed{b} \{x \leq -5\} \cup \{x \geq 3\}$; $\boxed{c} \{x \leq -4\} \cup \{x \geq 2\}$; $\boxed{d} \{x \leq -6\} \cup \{x \geq 4\}$.

1. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$, $f(-1) = 1$, $f(1) = 4$. Allora, qualsiasi sia la funzione f che soddisfi a tali proprietà, è vero che: a f ha massimo assoluto ma non è detto che abbia minimo assoluto su \mathbf{R} ; b f non è detto che abbia né massimo assoluto né minimo assoluto su \mathbf{R} ; c f ha sia massimo assoluto che minimo assoluto su \mathbf{R} ; d f ha minimo assoluto ma non è detto che abbia massimo assoluto su \mathbf{R} .

2. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f(a) = 4$ e $f(b) = 6$. Qualunque sia la funzione f con tali proprietà, in quale intervallo $[a, b]$ esiste almeno un punto c tale che $f'(c) = \frac{1}{2}$? a $[a, b] = [1, 3]$; b $[a, b] = [1, 5]$; c $[a, b] = [1, 6]$; d $[a, b] = [1, 4]$.

3. Per quale funzione $f(x)$ l'equazione $f(x) + 2^x + 2 = 0$ ha una soluzione per $x \in [0, 1]$? a $f(x) = \frac{1}{2} + 2 \log_2(1 + x)$; b $f(x) = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; c $f(x) = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; d $f(x) = -\frac{9}{2} + \log_2(1 + x)$.

4. Il grafico qualitativo della della funzione $q(x) = \frac{1-e^x}{x^5+x^4}$ vicino a $(0, 0)$ è:



5. Se $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione derivabile in $x_0 \in \mathbf{R}$ allora $f'(x_0) =$ a $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$; b $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) + f(x_0 - h)}{h}$; c $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$; d $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x - x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$.

6. Per $w > 0$ sia $g(w) = w \log(1 + w)$ e sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $f(x) > 0$. Allora la derivata della funzione composta $g \circ f$ è data da $(g \circ f)' =$ a $\frac{f'}{1+f} [f + (1+f) \log(1+f)]$; b $\frac{f'}{1+f} [f - (1+f) \log(1+f)]$; c $\frac{f'}{(1+f)^2} [f + (1+f) \log(1+f)]$; d $\frac{f'}{(1+f)^2} [f - (1+f) \log(1+f)]$.

7. Per quali valori dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}$, $\beta \in \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{2e^{\alpha x} - \alpha}{x^2 + 1} & \text{se } x > 0 \\ \frac{3 \sin(\beta x)}{(x-1)^2} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile? a $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$; b $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{3}$; c $\alpha = 2, \beta = \frac{4}{3}$; d $\alpha = 2, \beta = 2$.

8. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{\sin x + \cos x}{x^2 + 1}$ nel punto $(\pi, g(\pi))$ è $(\pi^2 + 1)^2 y =$ a $-(\pi - 1)^2 x + \pi^3 - 3\pi^2 + \pi - 1$; b $-(\pi + 1)^2 x + \pi^3 + 3\pi^2 + \pi + 1$; c $(\pi - 1)^2 x - \pi^3 + 3\pi^2 - \pi + 1$; d $(\pi + 1)^2 x - \pi^3 - 3\pi^2 - \pi - 1$.

9. L'insieme nel quale la funzione $f(x) = e^x(x^2 - 24)$ è crescente è: a $\{x \leq -5\} \cup \{x \geq 3\}$; b $\{x \leq -4\} \cup \{x \geq 2\}$; c $\{x \leq -6\} \cup \{x \geq 4\}$; d $\{x \leq -3\} \cup \{x \geq 1\}$.

10. Sia $f(t) = t^3 + t$; il valore $(f^{-1})'(2)$ è: a $\frac{1}{6}$; b $\frac{1}{2}$; c $\frac{1}{3}$; d $\frac{1}{4}$.

1. Per $w > 0$ sia $g(w) = \frac{1}{w} \log(1+w)$ e sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $f(x) > 0$. Allora la derivata della funzione composta $g \circ f$ è data da $(g \circ f)' =$
 $\frac{f'}{1+f} [f - (1+f) \log(1+f)]$; $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f + (1+f) \log(1+f)]$; $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f - (1+f) \log(1+f)]$; $\frac{f'}{1+f} [f + (1+f) \log(1+f)]$.

2. Per quale funzione $f(x)$ l'equazione $f(x) - 2^x = 0$ ha una soluzione per $x \in [0, 1]$? $f(x) = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; $f(x) = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}x$; $f(x) = -\frac{9}{2} + \log_2(1+x)$; $f(x) = \frac{1}{2} + 2 \log_2(1+x)$.

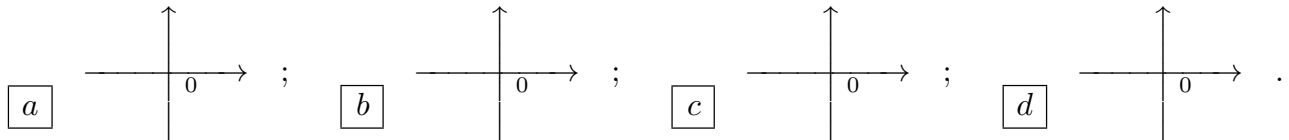
3. Per quali valori dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}, \beta \in \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{2e^{\alpha x} - \alpha}{x^2 + 1} & \text{se } x > 0 \\ \frac{2 \sin(\beta x)}{(x-1)^2} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile?
 $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{3}$; $\alpha = 2, \beta = \frac{4}{3}$; $\alpha = 2, \beta = 2$; $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2}$.

4. L'insieme nel quale la funzione $f(x) = e^x(x^2 - 15)$ è crescente è: $\{x \leq -4\} \cup \{x \geq 2\}$;
 $\{x \leq -6\} \cup \{x \geq 4\}$; $\{x \leq -3\} \cup \{x \geq 1\}$; $\{x \leq -5\} \cup \{x \geq 3\}$.

5. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2, f(-1) = f(0) = f(1) = 1$. Allora, qualsiasi sia la funzione f che soddisfi a tali proprietà, è vero che: f non è detto che abbia né massimo assoluto né minimo assoluto su \mathbf{R} ; f ha sia massimo assoluto che minimo assoluto su \mathbf{R} ; f ha minimo assoluto ma non è detto che abbia massimo assoluto su \mathbf{R} ; f ha massimo assoluto ma non è detto che abbia minimo assoluto su \mathbf{R} .

6. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{\sin x - \cos x}{x^2 + 1}$ nel punto $(\pi, g(\pi))$ è $(\pi^2 + 1)^2 y =$ $-(\pi + 1)^2 x + \pi^3 + 3\pi^2 + \pi + 1$; $(\pi - 1)^2 x - \pi^3 + 3\pi^2 - \pi + 1$;
 $(\pi + 1)^2 x - \pi^3 - 3\pi^2 - \pi - 1$; $-(\pi - 1)^2 x + \pi^3 - 3\pi^2 + \pi - 1$.

7. Il grafico qualitativo della della funzione $q(x) = \frac{\sin x}{x^5 + x^4}$ vicino a $(0, 0)$ è:



8. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f(a) = 1$ e $f(b) = \frac{7}{2}$. Qualunque sia la funzione f con tali proprietà, in quale intervallo $[a, b]$ esiste almeno un punto c tale che $f'(c) = \frac{1}{2}$? $[a, b] = [1, 5]$; $[a, b] = [1, 6]$; $[a, b] = [1, 4]$; $[a, b] = [1, 3]$.

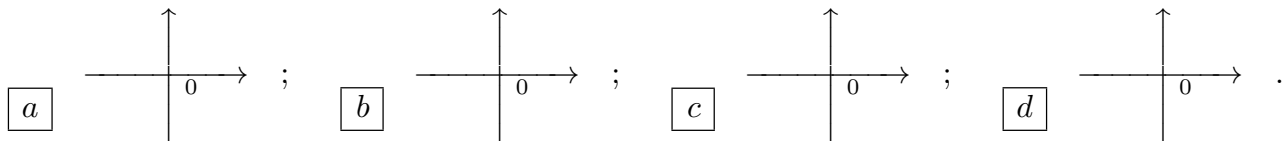
9. Sia $f(t) = t^3 + t$; il valore $(f^{-1})'(2)$ è: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{6}$.

10. Se $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione derivabile in $x_0 \in \mathbf{R}$ allora $f'(x_0) =$ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) + f(x_0 - h)}{h}$
; $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) - f(x_0)}{h}$; $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x + x_0)}{x_0 - x}$; $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}$.

1. L'equazione della retta tangente al grafico della funzione $g(x) = \frac{-\cos x - \sin x}{x^2 + 1}$ nel punto $(\pi, g(\pi))$ è $(\pi^2 + 1)^2 y =$ a $(\pi - 1)^2 x - \pi^3 + 3\pi^2 - \pi + 1;$ b $(\pi + 1)^2 x - \pi^3 - 3\pi^2 - \pi - 1;$ c $-(\pi - 1)^2 x + \pi^3 - 3\pi^2 + \pi - 1;$ d $-(\pi + 1)^2 x + \pi^3 + 3\pi^2 + \pi + 1.$

2. Per quali valori dei parametri $\alpha \in \mathbf{R}, \beta \in \mathbf{R}$ la funzione $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\alpha x} - \alpha}{x^2 + 1} & \text{se } x > 0 \\ \frac{3 \sin(\beta x)}{(x-1)^2} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$ è derivabile?
 a $\alpha = 2, \beta = \frac{4}{3};$ b $\alpha = 2, \beta = 2;$ c $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{2};$ d $\alpha = 1, \beta = \frac{1}{3}.$

3. Il grafico qualitativo della della funzione $q(x) = \frac{\sin x}{x^4 + x^3}$ vicino a $(0, 0)$ è:



4. Sia $f(t) = t^5 + t$; il valore $(f^{-1})'(2)$ è: a $\frac{1}{3};$ b $\frac{1}{4};$ c $\frac{1}{6};$ d $\frac{1}{2}.$

5. Per $w > 0$ sia $g(w) = \frac{1}{w} \log(1 + w)$ e sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che per ogni $x \in \mathbf{R}$ si abbia $f(x) > 0$. Allora la derivata della funzione composta $g \circ f$ è data da $(g \circ f)' =$ a $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f + (1 + f) \log(1 + f)];$ b $\frac{f'}{(1+f)f^2} [f - (1 + f) \log(1 + f)];$ c $\frac{f'}{1+f} [f + (1 + f) \log(1 + f)];$ d $\frac{f'}{1+f} [f - (1 + f) \log(1 + f)].$

6. Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione derivabile tale che $f(a) = 1$ e $f(b) = \frac{5}{2}$. Qualunque sia la funzione f con tali proprietà, in quale intervallo $[a, b]$ esiste almeno un punto c tale che $f'(c) = \frac{1}{2}$? a $[a, b] = [1, 6];$ b $[a, b] = [1, 4];$ c $[a, b] = [1, 3];$ d $[a, b] = [1, 5].$

7. L'insieme nel quale la funzione $f(x) = e^x(x^2 - 15)$ è crescente è: a $\{x \leq -6\} \cup \{x \geq 4\};$ b $\{x \leq -3\} \cup \{x \geq 1\};$ c $\{x \leq -5\} \cup \{x \geq 3\};$ d $\{x \leq -4\} \cup \{x \geq 2\}.$

8. Per quale funzione $f(x)$ l'equazione $f(x) - 2^x = 0$ ha una soluzione per $x \in [0, 1]$? a $f(x) = \frac{5}{2} + \frac{5}{2}x;$ b $f(x) = -\frac{9}{2} + \log_2(1 + x);$ c $f(x) = \frac{1}{2} + 2 \log_2(1 + x);$ d $f(x) = -\frac{5}{2} + \frac{5}{2}x.$

9. Se $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ è una funzione derivabile in $x_0 \in \mathbf{R}$ allora $f'(x_0) =$ a $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 + h)}{h}$;
 b $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) + f(x_0)}{h};$ c $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h};$ d $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x_0) - f(x + x_0)}{x_0 - x}.$

10. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ una funzione continua tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1, f(-1) = f(0) = f(1) = 2$. Allora, qualsiasi sia la funzione f che soddisfi a tali proprietà, è vero che: a f ha sia massimo assoluto che minimo assoluto su $\mathbf{R};$ b f ha minimo assoluto ma non è detto che abbia massimo assoluto su $\mathbf{R};$ c f ha massimo assoluto ma non è detto che abbia minimo assoluto su $\mathbf{R};$ d f non è detto che abbia né massimo assoluto né minimo assoluto su $\mathbf{R}.$