

## ESERCITAZIONE DI MARTEDÌ 17/11/2015

Gruppo A-L

*Studio della convergenza di serie mediante confronto asintotico. Serie di potenze.*

Calcolare la somma delle seguenti serie:

**Esercizio 1.** Data:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^3 + 2n}{\cos(n^2) + n^\alpha}$$

stabilire per quali  $\alpha > 0$  la serie converge.

**Esercizio 2.** Stabilire se la seguente serie converge:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n} - \sin\left(\frac{1}{n}\right).$$

**Esercizio 3.** Determinare l'insieme dei valori  $\alpha \in \mathfrak{R}$  per i quali la seguente serie converge:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\log^\alpha\left(1 + \frac{1}{n}\right)}{n^{3\alpha} + \log(n)}.$$

**Esercizio 4.** Sia  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  una serie convergente, con  $a_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}$ . Quale delle affermazioni seguenti è vera?

1.  $\sum \sin(a_n)$  converge;
2.  $\sum a_n e^{a_n}$  converge;
3.  $a_{n+1} < a_n$  definitivamente;
4.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ .

**Esercizio 5.** Sia  $a_n \subseteq \mathfrak{R}$  una successione tale che  $\sum \log(1 + a_n^2)$  sia una serie convergente. Quale delle affermazioni seguenti è vera?

1.  $\sum a_n$  può divergere;
2.  $\sum e^{-\frac{1}{a_n}}$  converge;
3.  $\sum |a_n|$  converge;

4.  $\sum \cos(a_n)$  converge.

**Esercizio 6.** Sia  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  una serie convergente, con  $a_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}$  e sia  $a = \sum a_n$ . Quale delle affermazioni seguenti è vera?

1.  $\sum \sqrt{a_n}$  converge;

2.  $\sum a_n^2$  diverge;

3.  $\sum a_n^2$  converge;

4.  $\sum a_n^2$  converge se  $a < 1$  mentre diverge se  $a > 1$

**Esercizio 7.** Determinare l'insieme dei valori  $x \in \mathfrak{R}$  per i quali la seguente serie converge:

$$\frac{(3x)^n + x^n \log(n)}{n^2 + 1} \frac{1}{(x^2 + 2)^n}.$$