Esercitazione di martedì 17/11/2015

Gruppo M-Z

Serie: Studio della convergenza di alcune serie mediante l'utilizzo del teorema del confronto asintotico (generalizzato). Serie di potenze.

Esercizio 1. Stabilire se la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right).$$

Esercizio 2. Determinare l'insieme dei valori $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log^{\alpha}(1+\frac{1}{n})}{n^{3\alpha} + \log n}.$$

Esercizio 3. Stabilire se la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log n}{n^2}.$$

Esercizio 4. Stabilire se la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n-1}{n^2+n}.$$

Esercizio 5. Sia $\sum a_n$ una serie convergente, con $a_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$. Quale delle affermazioni seguenti è vera?

(a) $\sum \sin a_n$ converge;

(b) $\sum a_n e^{a_n}$ diverge;

(c) $a_{n+1} \leqslant a_n$ definitivamente;

(d) $\lim_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$.

Esercizio 6. Sia $(a_n)_n \subseteq \mathbb{R}$ una successione tale che $\sum \log(1+a_n^2)$ sia una serie convergente. Quale delle affermazioni seguenti è vera?

(a) $\sum e^{-\frac{1}{a_n}}$ converge;

(b) $\sum a_n$ può divergere;

(c) $\sum |a_n|$ converge;

(d) $\sum \cos a_n$ può convergere.

Esercizio 7. Sia $a_n > 0$ $\forall n \in \mathbb{N}$ e $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}}\right)^{\frac{1}{n}} = 0$. Quale delle affermazioni seguenti è vera?

(a) $\sum a_n$ è divergente negativamente;

(b) $\sum a_n$ è convergente;

(c) $\sum a_n$ è indeterminata;

(d) $\sum a_n$ è divergente positivamente.

Esercizio 8. Determinare l'insieme dei valori $x \in \mathbb{R}$ per i quali la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3x)^n + x^n \log n}{n^2+1} \cdot \frac{1}{(x^2+2)^n}.$$

Esercizio 9. Determinare l'insieme dei valori $x \in \mathbb{R}$ per i quali la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2nx^{2n} + ne^{nx}}{n+1}.$$