

ESERCITAZIONE DI LUNEDÌ 12/10/2015

Gruppo M-Z

Continuità.

Esercizio 1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua in $x = 0$. Allora è vero che (*più di una affermazione è corretta*):

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$;
- (b) $\exists \delta > 0 : \forall \varepsilon > 0 (|x| < \delta \implies |f(x) - f(0)| < \varepsilon)$;
- (c) $\forall A > 0 \exists B > 0 : (|x| < B \implies |f(x) - f(0)| < A)$;
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

Esercizio 2. Stabilire per quale valore $m \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} \operatorname{artg} \left(\frac{1}{x} \right) & \text{se } x > 0; \\ m(x+1) & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

Esercizio 3. Stabilire se la seguente funzione è continua:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1-2x^2+x^4}}{x+1} & \text{se } x \neq -1; \\ 2 & \text{se } x = -1. \end{cases}$$

Esercizio 4. Stabilire per quali valori $a, b \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua in $[-\pi, \pi]$:

$$h(x) = \begin{cases} a + \sin(bx) & \text{se } 0 < x < \frac{\pi}{2}; \\ -\cos x & \text{se } -\pi \leq x \leq 0 \vee \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi. \end{cases}$$

Esercizio 5. Stabilire per quale valore $\alpha \in \mathbb{R}$ la seguente funzione è continua:

$$k(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(\alpha(x-1))}{2(x-1)^2} & \text{se } x < 1; \\ 3 \log x + 4x^2 & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$