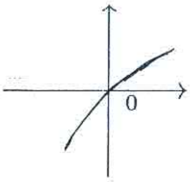
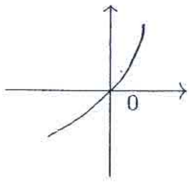
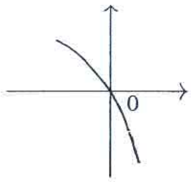
ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		28 giugno 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

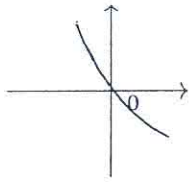
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. Indicate quale grafico meglio rappresenta la soluzione di $\begin{cases} y'(t) = (y(t)+1-2t)^3 \\ y(0) = 0. \end{cases}$ vicino all'origine.

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

2. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{2^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{5}{12}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{5}$.

3. Se $f(x) = \dfrac{\log(2-\sin x)}{\log(e+\cos x)}$ allora $f'(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $\frac{1}{\log 2}$; $\boxed{b}$ $-\frac{\log 3}{e}$; $\boxed{c}$ 0; $\boxed{d}$ $-2\frac{\log 3}{e}$.

4. L'insieme dei β per i quali l'equazione $\dfrac{3}{x} = \beta x^4 - x$ ha una soluzione in $(0,1)$ è: $\boxed{a}$ $\beta > 0$; $\boxed{b}$ $\beta > 3$; $\boxed{c}$ $\beta > 4$; $\boxed{d}$ $\beta > 2$.

5. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{(1+3x)^2 - e^x}{x^2 + \log(1+2x)} =$ $\boxed{a}$ $+\infty$; $\boxed{b}$ $\frac{5}{2}$; $\boxed{c}$ 5; $\boxed{d}$ $\frac{3}{2}$.

6. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \dfrac{1+2x^2}{1-x^2}$ nel punto $(2, f(2))$ è:
$\boxed{a}$ $25y = -12x - 11$; $\boxed{b}$ $27y = -4x - 1$; $\boxed{c}$ $3y = 4x - 17$; $\boxed{d}$ $49y = 12x - 59$.

7. Determinate l'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ che sono soluzione dell'equazione $2z\bar{z} + 4Re(z(1+i)) = 0$.
$\boxed{a}$ La circonferenza di centro $-1+i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{b}$ La retta $\{z = i\}$; $\boxed{c}$ La retta $\{\bar{z} = i\}$; $\boxed{d}$ La circonferenza di centro $-1-i$ e raggio $\sqrt{2}$.

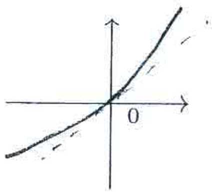
8. Se f è una funzione continua allora $\displaystyle\int_0^1 f(5+3x)dx =$ $\boxed{a}$ $3\displaystyle\int_0^1 f(t)dt$; $\boxed{b}$ $3\displaystyle\int_5^8 f(t)dt$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}\displaystyle\int_5^8 f(t)dt$; $\boxed{d}$ $8\displaystyle\int_5^8 f(t)dt$.

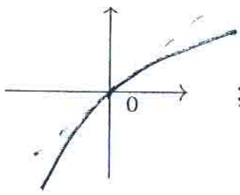
ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		28 giugno 2013
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

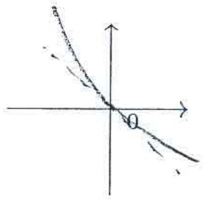
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

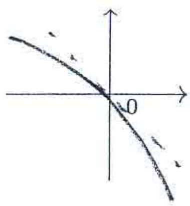
1. Se f è una funzione continua allora $\int_0^1 f(1+5x)dx =$ $\boxtimes$ a $\frac{1}{5}\int_1^6 f(t)dt$; $\boxed{b}$ $6\int_1^6 f(t)dt$; $\boxed{c}$ $5\int_0^1 f(t)dt$; $\boxed{d}$ $5\int_1^6 f(t)dt$.

2. Indicate quale grafico meglio rappresenta la soluzione di $\begin{cases} y'(t) = (y(t) - 1 - 2t)^3 \\ y(0) = 0. \end{cases}$ vicino all'origine.

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxtimes$ d 

.

3. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \dfrac{1+2x^2}{1-x^2}$ nel punto $(2, f(2))$ è:
$\boxtimes$ a $3y = 4x - 17$; $\boxed{b}$ $49y = 12x - 59$; $\boxed{c}$ $25y = -12x - 11$; $\boxed{d}$ $27y = -4x - 1$.

4. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5}{4^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{5}$; $\boxtimes$ c $\frac{5}{12}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}$.

5. Determinate l'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ che sono soluzione dell'equazione $2z\bar{z} + 4Re(\bar{z}(1+i)) = 0$. $\boxed{a}$ La retta $\{\bar{z} = i\}$; $\boxtimes$ b La circonferenza di centro $-1-i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{c}$ La circonferenza di centro $-1+i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{d}$ La retta $\{z = i\}$.

6. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{(1+5x)^2 - e^x}{x^2 + \log(1+2x)} =$ $\boxed{a}$ 9; $\boxed{b}$ $\frac{5}{2}$; $\boxed{c}$ $+\infty$; $\boxtimes$ d $\frac{9}{2}$.

7. Se $f(x) = \dfrac{\log(2 + 2\sin x)}{\log(2 + \cos x)}$ allora $f'(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ $-2\frac{\log 3}{e}$; $\boxtimes$ c $\frac{1}{\log 2}$; $\boxed{d}$ $-\frac{\log 3}{e}$.

8. L'insieme dei β per i quali l'equazione $\frac{5}{x} = \beta x^4 - x$ ha una soluzione in $(0,1)$ è: $\boxtimes$ a $\beta > 6$; $\boxed{b}$ $\beta > 4$; $\boxed{c}$ $\beta > 0$; $\boxed{d}$ $\beta > 5$.

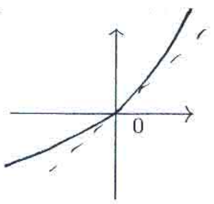
ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		28 giugno 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

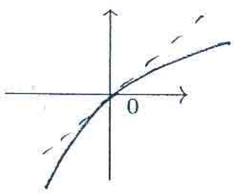
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

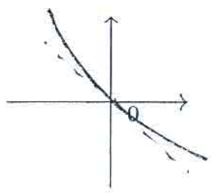
1. Determinate l'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ che sono soluzione dell'equazione $z\bar{z} + 2Re(\bar{z}(1+i)) = 0$. $\boxed{a}$ La retta $\{z = i\}$; $\boxed{b}$ La retta $\{\bar{z} = i\}$; $\boxed{c}$ La circonferenza di centro $-1-i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{d}$ La circonferenza di centro $-1+i$ e raggio $\sqrt{2}$.

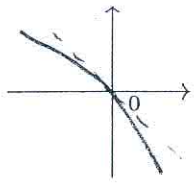
2. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{(1+4x)^2 - e^x}{x^2 + \log(1+2x)} =$ $\boxed{a}$ $\frac{7}{2}$; $\boxed{b}$ 7; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ $+\infty$.

3. Indicate quale grafico meglio rappresenta la soluzione di $\begin{cases} y'(t) = (y(t) - 1 + 2t)^3 \\ y(0) = 0. \end{cases}$ vicino all'origine.

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

4. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \dfrac{1-x^2}{1+2x^2}$ nel punto $(2, f(2))$ è: $\boxed{a}$ $27y = -4x - 1$; $\boxed{b}$ $3y = 4x - 17$; $\boxed{c}$ $49y = 12x - 59$; $\boxed{d}$ $25y = -12x - 11$.

5. L'insieme dei β per i quali l'equazione $\dfrac{4}{x} = \beta x^4 - x$ ha una soluzione in $(0,1)$ è: $\boxed{a}$ $\beta > 4$; $\boxed{b}$ $\beta > 5$; $\boxed{c}$ $\beta > 3$; $\boxed{d}$ $\beta > 0$.

6. Se f è una funzione continua allora $\displaystyle\int_0^1 f(3+4x)dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle 4\int_3^7 f(t)dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle \frac{1}{4}\int_3^7 f(t)dt$; $\boxed{c}$ $\displaystyle 7\int_3^7 f(t)dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle 4\int_0^1 f(t)dt$.

7. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{3^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{b}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{5}$; $\boxed{d}$ $\frac{5}{12}$.

8. Se $f(x) = \dfrac{\log(2+\sin x)}{\log(e - 2\cos x)}$ allora $f'(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $-\dfrac{\log 3}{e}$; $\boxed{b}$ 0; $\boxed{c}$ $-2\dfrac{\log 3}{e}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{1}{\log 2}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		28 giugno 2013
Cognome:	Nome:	Matricola:
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

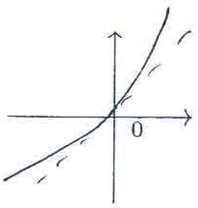
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

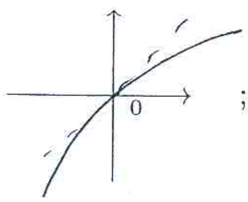
1. L'insieme dei β per i quali l'equazione $\dfrac{3}{x} = \beta x^4 - x$ ha una soluzione in $(0,1)$ è: $\boxed{a}$ $\beta > 0$; $\boxed{b}$ $\beta > 3$; $\boxed{\times}$ $\beta > 4$; $\boxed{d}$ $\beta > 2$.

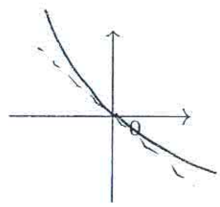
2. Se f è una funzione continua allora $\displaystyle\int_0^1 f(5+3x)dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle 3\int_0^1 f(t)dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle 3\int_5^8 f(t)dt$; $\boxed{\times}$ $\displaystyle \frac{1}{3}\int_5^8 f(t)dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle 8\int_5^8 f(t)dt$.

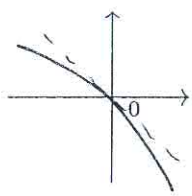
3. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{(1+3x)^2 - e^x}{x^2 + \log(1+2x)} =$ $\boxed{a}$ $+\infty$; $\boxed{\times}$ $\dfrac{5}{2}$; $\boxed{c}$ 5; $\boxed{d}$ $\dfrac{3}{2}$.

4. Indicate quale grafico meglio rappresenta la soluzione di $\begin{cases} y'(t) = (y(t)+1-2t)^3 \\ y(0) = 0. \end{cases}$ vicino all'origine.

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{\times}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

5. Se $f(x) = \dfrac{\log(2-\sin x)}{\log(e+\cos x)}$ allora $f'(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $\dfrac{1}{\log 2}$; $\boxed{b}$ $-\dfrac{\log 3}{e}$; $\boxed{\times}$ 0; $\boxed{d}$ $-2\dfrac{\log 3}{e}$.

6. Determinate l'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ che sono soluzione dell'equazione $2z\bar{z} + 4Re(z(1+i)) = 0$. $\boxed{\times}$ La circonferenza di centro $-1+i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{b}$ La retta $\{z = i\}$; $\boxed{c}$ La retta $\{\bar{z} = i\}$; $\boxed{d}$ La circonferenza di centro $-1-i$ e raggio $\sqrt{2}$.

7. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \dfrac{1+x^2}{1-2x^2}$ nel punto $(2, f(2))$ è: $\boxed{a}$ $25y = -12x - 11$; $\boxed{b}$ $27y = -4x - 1$; $\boxed{c}$ $3y = 4x - 17$; $\boxed{\times}$ $49y = 12x - 59$.

8. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4}{5^n}$ è: $\boxed{a}$ $\dfrac{5}{12}$; $\boxed{b}$ $\dfrac{1}{3}$; $\boxed{c}$ $\dfrac{3}{2}$; $\boxed{\times}$ $\dfrac{1}{5}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		28 giugno 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

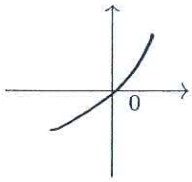
1. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \dfrac{1+x^2}{1-2x^2}$ nel punto $(2, f(2))$ è:
$\boxed{a}$ $27y = -4x - 1$; $\boxed{b}$ $3y = 4x - 17$; $\cancel{\boxed{c}}$ $49y = 12x - 59$; $\boxed{d}$ $25y = -12x - 11$.

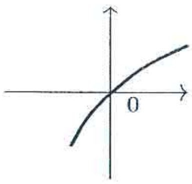
2. Se $f(x) = \dfrac{\log(2+\sin x)}{\log(e - 2\cos x)}$ allora $f'(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $-\dfrac{\log 3}{e}$; $\boxed{b}$ 0; $\cancel{\boxed{c}}$ $-2\dfrac{\log 3}{e}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{1}{\log 2}$.

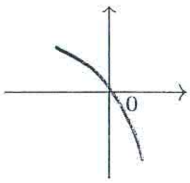
3. L'insieme dei β per i quali l'equazione $\dfrac{4}{x} = \beta x^4 - x$ ha una soluzione in $(0,1)$ è: $\boxed{a}$ $\beta > 4$;
$\cancel{\boxed{b}}$ $\beta > 5$; $\boxed{c}$ $\beta > 3$; $\boxed{d}$ $\beta > 0$.

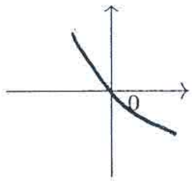
4. Determinate l'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ che sono soluzione dell'equazione $z\bar{z} + 2Re(\bar{z}(1+i)) = 0$.
$\boxed{a}$ La retta $\{z = i\}$; $\boxed{b}$ La retta $\{\bar{z} = i\}$; $\cancel{\boxed{c}}$ La circonferenza di centro $-1-i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{d}$ La circonferenza di centro $-1+i$ e raggio $\sqrt{2}$.

5. Indicate quale grafico meglio rappresenta la soluzione di $\begin{cases} y'(t) = (y(t) - 1 + 2t)^3 \\ y(0) = 0. \end{cases}$ vicino all'origine.

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\cancel{\boxed{d}}$ 

.

6. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{4}{5^n}$ è: $\boxed{a}$ $\dfrac{1}{3}$; $\boxed{b}$ $\dfrac{3}{2}$; $\cancel{\boxed{c}}$ $\dfrac{1}{5}$; $\boxed{d}$ $\dfrac{5}{12}$.

7. Se f è una funzione continua allora $\displaystyle\int_0^1 f(3+4x)dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle 4\int_3^7 f(t)dt$; $\cancel{\boxed{b}}$ $\displaystyle\frac{1}{4}\int_3^7 f(t)dt$;
$\boxed{c}$ $\displaystyle 7\int_3^7 f(t)dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle 4\int_0^1 f(t)dt$.

8. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{(1+4x)^2 - e^x}{x^2 + \log(1+2x)} =$ $\cancel{\boxed{a}}$ $\dfrac{7}{2}$; $\boxed{b}$ 7; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ $+\infty$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		28 giugno 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

1. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{(1+2x)^2-e^x}{x^2+\log(1+2x)} =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ 3.

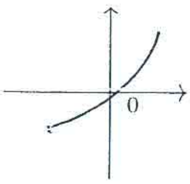
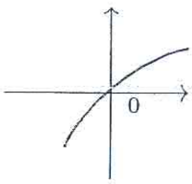
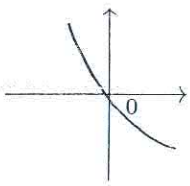
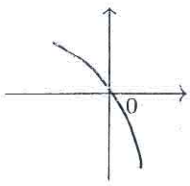
2. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \dfrac{1-x^2}{1+2x^2}$ nel punto $(2, f(2))$ è:
$\boxed{a}$ $49y = 12x - 59$; $\boxed{b}$ $25y = -12x - 11$; $\boxed{c}$ $27y = -4x - 1$; $\boxed{d}$ $3y = 4x - 17$.

3. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{3^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{5}$; $\boxed{b}$ $\frac{5}{12}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{3}{2}$.

4. Se $f(x) = \dfrac{\log(2+\sin x)}{\log(e-\cos x)}$ allora $f'(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $-2\frac{\log 3}{e}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{\log 2}$; $\boxed{c}$ $-\frac{\log 3}{e}$; $\boxed{d}$ 0.

5. Se f è una funzione continua allora $\displaystyle\int_0^1 f(7+2x)dx =$ $\boxed{a}$ $9\displaystyle\int_7^9 f(t)dt$; $\boxed{b}$ $2\displaystyle\int_0^1 f(t)dt$;
$\boxed{c}$ $2\displaystyle\int_7^9 f(t)dt$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{2}\displaystyle\int_7^9 f(t)dt$.

6. Indicate quale grafico meglio rappresenta la soluzione di $\begin{cases} y'(t) = (y(t)+1+2t)^3 \\ y(0) = 0. \end{cases}$ vicino all'origine.

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

7. L'insieme dei β per i quali l'equazione $\dfrac{2}{x} = \beta x^4 - x$ ha una soluzione in $(0,1)$ è: $\boxed{a}$ $\beta > 1$;
$\boxed{b}$ $\beta > 0$; $\boxed{c}$ $\beta > 2$; $\boxed{d}$ $\beta > 3$.

8. Determinate l'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ che sono soluzione dell'equazione $z\bar{z} + 2Re(z(1+i)) = 0$.
$\boxed{a}$ La circonferenza di centro $-1-i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{b}$ La circonferenza di centro $-1+i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{c}$ La retta $\{z = i\}$; $\boxed{d}$ La retta $\{\bar{z} = i\}$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		28 giugno 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: −0.25.*

1. Se $f(x) = \dfrac{\log(2+\sin x)}{\log(e-\cos x)}$ allora $f'(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ $-2\dfrac{\log 3}{e}$; $\boxed{b}$ $\dfrac{1}{\log 2}$; $\boxed{c}$ $-\dfrac{\log 3}{e}$; $\boxed{d}$ 0.

2. Determinate l'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ che sono soluzione dell'equazione $z\bar{z} + 2Re(z(1+i)) = 0$. $\boxed{a}$ La circonferenza di centro $-1-i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{b}$ La circonferenza di centro $-1+i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{c}$ La retta $\{z = i\}$; $\boxed{d}$ La retta $\{\bar{z} = i\}$.

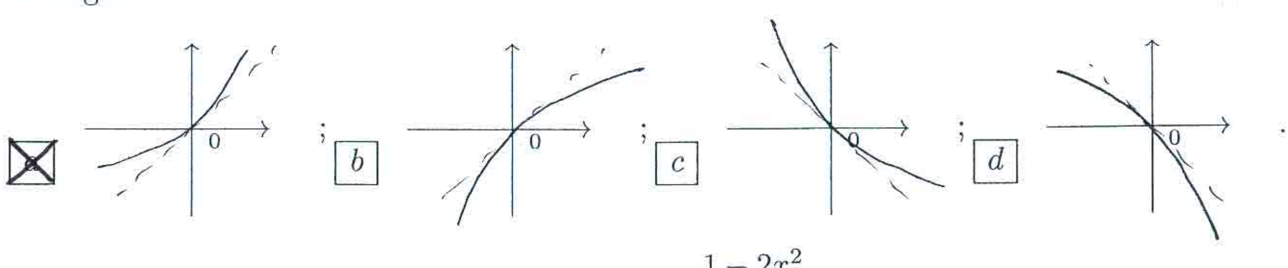
3. Se f è una funzione continua allora $\displaystyle\int_0^1 f(7+2x)dx =$ $\boxed{a}$ $\displaystyle 9\int_7^9 f(t)dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle 2\int_0^1 f(t)dt$; $\boxed{c}$ $\displaystyle 2\int_7^9 f(t)dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle \frac{1}{2}\int_7^9 f(t)dt$.

4. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{(1+2x)^2 - e^x}{x^2 + \log(1+2x)} =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ $+\infty$; $\boxed{c}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{d}$ 3.

5. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{3}{2^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{1}{5}$; $\boxed{b}$ $\frac{5}{12}$; $\boxed{c}$ $\frac{1}{3}$; $\boxed{d}$ $\frac{3}{2}$.

6. L'insieme dei β per i quali l'equazione $\dfrac{6}{x} = \beta x^4 - x$ ha una soluzione in $(0,1)$ è: $\boxed{a}$ $\beta > 5$; $\boxed{b}$ $\beta > 0$; $\boxed{c}$ $\beta > 6$; $\boxed{d}$ $\beta > 7$.

7. Indicate quale grafico meglio rappresenta la soluzione di $\begin{cases} y'(t) = (y(t)+1+2t)^3 \\ y(0) = 0. \end{cases}$ vicino all'origine.



8. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \dfrac{1-2x^2}{1+x^2}$ nel punto $(2, f(2))$ è: $\boxed{a}$ $49y = 12x - 59$; $\boxed{b}$ $25y = -12x - 11$; $\boxed{c}$ $27y = -4x - 1$; $\boxed{d}$ $3y = 4x - 17$.

ANALISI MATEMATICA 1 - Terzo appello		28 giugno 2013
Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**
Corso di laurea:		Test | Es1 | Es2 | Es3 |

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. La somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5}{4^n}$ è: $\boxed{a}$ $\frac{3}{2}$; $\boxed{b}$ $\frac{1}{5}$; $\boxtimes$ $\frac{5}{12}$; $\boxed{d}$ $\frac{1}{3}$.

2. L'insieme dei β per i quali l'equazione $\frac{5}{x} = \beta x^4 - x$ ha una soluzione in $(0,1)$ è: $\boxtimes$ $\beta > 6$; $\boxed{b}$ $\beta > 4$; $\boxed{c}$ $\beta > 0$; $\boxed{d}$ $\beta > 5$.

3. Determinate l'insieme degli $z \in \mathbf{C}$ che sono soluzione dell'equazione $2z\bar{z} + 4Re(\bar{z}(1+i)) = 0$. $\boxed{a}$ La retta $\{\bar{z} = i\}$; $\boxtimes$ La circonferenza di centro $-1-i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{c}$ La circonferenza di centro $-1+i$ e raggio $\sqrt{2}$; $\boxed{d}$ La retta $\{z = i\}$.

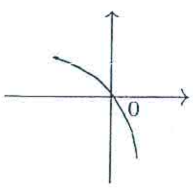
4. Se f è una funzione continua allora $\displaystyle\int_0^1 f(1+5x)dx =$ $\boxtimes$ $\displaystyle\frac{1}{5}\int_1^6 f(t)dt$; $\boxed{b}$ $\displaystyle 6\int_1^6 f(t)dt$; $\boxed{c}$ $\displaystyle 5\int_0^1 f(t)dt$; $\boxed{d}$ $\displaystyle 5\int_1^6 f(t)dt$.

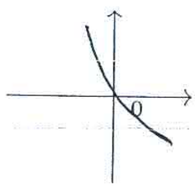
5. La retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \frac{1-2x^2}{1+x^2}$ nel punto $(2, f(2))$ è: $\boxed{a}$ $3y = 4x - 17$; $\boxed{b}$ $49y = 12x - 59$; $\boxtimes$ $25y = -12x - 11$; $\boxed{d}$ $27y = -4x - 1$.

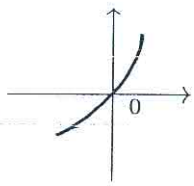
6. Se $f(x) = \frac{\log(2+2\sin x)}{\log(2+\cos x)}$ allora $f'(\frac{\pi}{2}) =$ $\boxed{a}$ 0; $\boxed{b}$ $-2\frac{\log 3}{e}$; $\boxtimes$ $\frac{1}{\log 2}$; $\boxed{d}$ $-\frac{\log 3}{e}$.

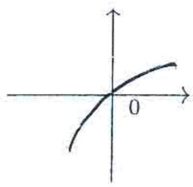
7. $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{(1+5x)^2 - e^x}{x^2 + \log(1+2x)} =$ $\boxed{a}$ 9; $\boxed{b}$ $\frac{5}{2}$; $\boxed{c}$ $+\infty$; $\boxtimes$ $\frac{9}{2}$.

8. Indicate quale grafico meglio rappresenta la soluzione di $\begin{cases} y'(t) = (y(t) - 1 - 2t)^3 \\ y(0) = 0. \end{cases}$ vicino all'origine.

$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

ANALISI MATEMATICA 1	28 giugno 2013

1. **(6 punti)** Calcolate
$$\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{(x+2)^2}\,dx.$$

L'integrale improprio vale, per definizione, $\lim_{b\to+\infty} \int_1^b \frac{\log x}{(x+2)^2}\,dx$.

Cerchiamo la primitiva di $\log x/(x+2)^2$. Per parti si ha:
$$\int_1^b \frac{\log x}{(x+2)^2}\,dx = -\frac{1}{(x+2)}\log x\Big|_1^b + \int_1^b \frac{1}{x+2}\cdot\frac{1}{x}\,dx.$$

Il secondo integrale si può scrivere come
$$\int_1^b \frac{1}{x+2}\cdot\frac{1}{x}\,dx = \int_1^b \left(\frac{A}{x}+\frac{B}{x+2}\right)dx = \int_1^b \frac{Ax+Bx+2A}{x\cdot(x+2)}\,dx,$$
dunque si deve avere $A+B=0$, $2A=1$, cioè $A=1/2$ e $B=-1/2$.

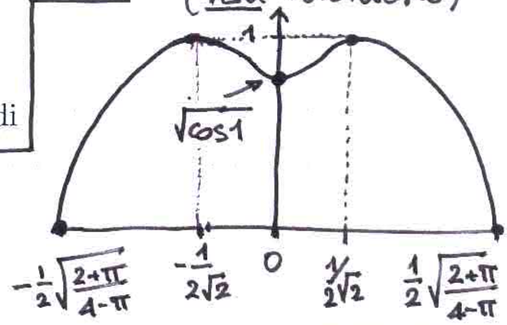
Allora
$$\int_1^b \frac{1}{x+2}\cdot\frac{1}{x}\,dx = \frac{1}{2}\int_1^b \frac{1}{x}\,dx - \frac{1}{2}\int_1^b \frac{1}{x+2}\,dx = \frac{1}{2}\log\frac{x}{x+2}\Big|_1^b.$$

In conclusione abbiamo
$$\int_1^b \frac{\log x}{(x+2)^2}\,dx = \left(-\frac{1}{x+2}\log x + \frac{1}{2}\log\frac{x}{x+2}\right)\Big|_1^b = -\frac{\log b}{b+2} + \frac{1}{2}\log\frac{b}{b+2} +$$
$$+\cancel{\frac{\log 1}{3}} - \frac{1}{2}\log\frac{1}{3}.$$

Per $b\to+\infty$ il logaritmo tende all'infinito più lentamente di $(b+2)$.
Quindi, siccome $b/b+2 \longrightarrow 1$,
$$\int_1^{+\infty} \frac{\log x}{(x+2)^2}\,dx = \lim_{b\to+\infty}\int_1^b \frac{\log x}{(x+2)^2}\,dx = \lim_{b\to+\infty}\left(-\frac{\log b}{b+2} + \frac{1}{2}\log\frac{b}{b+2} - \frac{1}{2}\log\frac{1}{3}\right) =$$
$$= \frac{1}{2}\log 3.$$

ANALISI MATEMATICA 1	28 giugno 2013

☒ Grafico qualitativo (non richiesto)



2. (6 punti) Trovate i punti di massimo e minimo relativo ed assoluto di

$$f(x) = \sqrt{\cos\left(\frac{8x^2-1}{4x^2+1}\right)}$$

nell'intervallo $I = \left[-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2+\pi}{4-\pi}}, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2+\pi}{4-\pi}}\right]$.

La funzione f è pari ($f(-x) = f(x)$), dunque basta studiarla in $\left[0, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2+\pi}{4-\pi}}\right]$.

Cominciamo a studiare $g(x) = \frac{8x^2-1}{4x^2+1}$. Si ha $g(0) = -1$,

$$g\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2+\pi}{4-\pi}}\right) = \frac{8\cdot\frac{1}{4}\,\frac{2+\pi}{4-\pi} - 1}{4\cdot\frac{1}{4}\,\frac{2+\pi}{4-\pi}+1} = \frac{2(2+\pi) - 4 + \pi}{2+\pi+4-\pi} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}.$$

Poi

$$g'(x) = \frac{16x(4x^2+1) - (8x^2-1)8x}{(4x^2+1)^2} = \frac{64x^3 + 16x - 64x^3 + 8x}{(4x^2+1)^2} = \frac{24x}{(4x^2+1)^2},$$

per cui g è strettamente crescente per $x > 0$. Siccome passa da -1 a $\pi/2$, ha un unico azzeramento, per $8x^2 - 1 = 0$, cioè $x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (l'altra radice $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$ è negativa...).

Quindi ora sappiamo che l'argomento $g(x)$ del coseno è compreso fra -1 e $\pi/2$, per cui il coseno è ≥ 0 nell'intervallo $x \in \left[0, \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2+\pi}{4-\pi}}\right]$.

Inoltre $f(0) = \sqrt{\cos(-1)} = \sqrt{\cos 1}$, $f\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2+\pi}{4-\pi}}\right) = \cos\frac{\pi}{2} = 0$, $f\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = \sqrt{\cos 0} = 1$.

Calcolando $f'(x)$ si ha (ricordando il calcolo di $g'(x)$):

$$f'(x) = \frac{1}{2}\,\frac{1}{\sqrt{\cos\left(\frac{8x^2-1}{4x^2+1}\right)}}\left(-\operatorname{sen}\left(\frac{8x^2-1}{4x^2+1}\right)\right)\frac{24x}{(4x^2+1)^2}.$$

Quindi il segno è quello di $-\operatorname{sen}\left(\frac{8x^2-1}{4x^2+1}\right)$, e questo è >0 se $8x^2-1<0$ ed è <0 se $8x^2-1>0$, cioè f cresce per $0<x<\frac{1}{2\sqrt{2}}$ e decresce per $\frac{1}{2\sqrt{2}} < x < \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2+\pi}{4-\pi}}$ (e $f'\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right) = 0$, $f'(0) = 0$).

In conclusione, $x=0$ è punto di <u>minimo</u> relativo, $\pm\frac{1}{2\sqrt{2}}$ sono i punti di <u>massimo</u> assoluto, $\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2+\pi}{4-\pi}}$ sono i punti di <u>minimo</u> assoluto, con i valori di f indicati prima.

ANALISI MATEMATICA 1	28 giugno 2013

3. (6 punti) Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y - 3\sqrt{y} \\ y(0) = 1\,. \end{cases}$$

È un'equazione non-lineare a variabili separabili, del 1° ordine.

Si ha

$$y' = \frac{dy}{dx} = y - 3\sqrt{y} \Rightarrow \frac{dy}{y-3\sqrt{y}} = dx \Rightarrow \int \frac{dy}{y-3\sqrt{y}} = \int dx = x + c.$$

Per calcolare la primitiva di $1/(y-3\sqrt{y})$, cambiamo variabile scrivendo $t = \sqrt{y}$, per cui $t^2 = y$ e $dy = 2t\,dt$. Allora

$$\int \frac{dy}{y-3\sqrt{y}} = \int \frac{2t}{t^2-3t}\,dt = 2\int \frac{1}{t-3}\,dt = 2\log|t-3| = 2\log|\sqrt{y}-3|.$$

Considerando il dato di Cauchy, si vede che $\sqrt{y(0)} = 1 < 3$, per cui il modulo $|\sqrt{y}-3|$ vale $3-\sqrt{y}$. Dunque si è ottenuto:

$$2\log(3-\sqrt{y}) = x + c \Rightarrow 2\log(3-\sqrt{y(0)}) = 2\log 2 = c.$$

dal dato di Cauchy

Quindi

$$2\log(3-\sqrt{y}) = x + 2\log 2 \Rightarrow \log(3-\sqrt{y}) = x/2 + \log 2 \Rightarrow 3-\sqrt{y} = e^{x/2}\cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{y} = (3-2e^{x/2}) \Rightarrow y(x) = (3-2e^{x/2})^2.$$